Übung 6 Reelle Fourier-Reihe Konstanter Anteil, Spezielle Funktionen, Linearität

PUZZLE

Themen

1 a_0

2 Gerade / ungerade Funktion

3 Konstante / trigonometrische Funktion

4 * Linearität

Lernziele

1 a_0

- verstehen, dass der konstante Anteil in der reellen Fourier-Reihe einer periodischen Funktion der zeitliche Mittelwert der Funktion über eine Grundperiode ist.
- verstehen, dass sich in der reellen Fourier-Reihe einer periodischen Funktion nur der konstante Anteil ändert, wenn man die Funktion mit einer Konstanten addiert.

2 Gerade / ungerade Funktion

- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer geraden periodischen Funktion eine reine Cosinus-Reihe ist.
- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer ungeraden periodischen Funktion eine reine Sinus-Reihe ohne konstanten Anteil ist.

3 Konstante / trigonometrische Funktion

- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer konstanten Funktion weder Cosinus- noch Sinus-Glieder enthält sondern lediglich einen konstanten Anteil.
- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer reinen Cosinus-Funktion ein einziges Cosinus-Glied enthält.
- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer reinen Sinus-Funktion ein einziges Sinus-Glied enthält.

4 * Linearität

- verstehen, wie sich die reellen Fourier-Koeffizienten einer periodischen Funktion aus den reellen Fourier-Koeffizienten von Teilfunktionen zusammensetzen.

Aufgaben

4 * Linearität

Einzelstudium

Eine periodische Funktion x(t) sei darstellbar als Linearkombination zweier periodischer Teilfunktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$:

$$x(t) = \lambda_1 \cdot x_1(t) + \lambda_2 \cdot x_2(t) \qquad (\lambda_1, \lambda_2 \quad R)$$

Mit a_0, a_k (k N) und b_k (k N) seien die reellen Fourier-Koeffizienten von x(t) bezeichnet.
Mit $a_{0,1}$, $a_{k,1}$ (k N) und $b_{k,1}$ (k N) seien die reellen Fourier-Koeffizienten von $x_1(t)$ bezeichnet.
Mit $a_{0,2}$, $a_{k,2}$ (k N) und $b_{k,2}$ (k N) seien die reellen Fourier-Koeffizienten von $x_2(t)$ bezeichnet.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die folgenden drei Aussagen über die reellen Fourier-Koeffizienten von x(t), $x_1(t)$ und $x_2(t)$ wahr sind oder nicht:

(1) $a_0 = \lambda_1 \cdot a_{0,1} + \lambda_2 \cdot a_{0,2}$
(2) $a_k = \lambda_1 \cdot a_{k,1} + \lambda_2 \cdot a_{k,2}$ (k N)
(3) $b_k = \lambda_1 \cdot b_{k,1} + \lambda_2 \cdot b_{k,2}$ (k N)

Die drei Aussagen könnte man etwa wie folgt in einem deutschen Satz zusammenfassen:
Die Fourier-Koeffizienten der Funktion x(t) setzen sich "auf gleiche Art und Weise" aus den Fourier-Koeffizienten der Teilfunktionen zusammen wie sich die Funktion selber aus den Teilfunktionen zusammensetzt.

a) Nehmen Sie an, dass $x_1(t)$ und $x_2(t)$ die **gleiche** Grundperiode besitzen.
b) ** Worin liegt die Problematik, falls $x_1(t)$ und $x_2(t)$ **unterschiedliche** Grundperioden besitzen?

Expertenrunde

Diskutieren Sie gemeinsam die Aufgabe, die Sie im Einzelstudium bearbeitet haben, und klären Sie in der Gruppe alle Unklarheiten ab.

Unterrichtsrunde

Unterrichten Sie Ihre Kollegen/-innen über Ihr Thema 4.
Lassen Sie sich von Ihren Kollegen/-innen über die Themen 1, 2, 3 unterrichten.