Übung 5 — Reelle Fourier-Reihe
Fourier-Synthese, Reelle Fourier-Reihe auf MAPLE

Lernziele

- verstehen, wie sich die reelle Fourier-Reihe einer periodischen Funktion aus den einzelnen Fourier-Komponenten zusammensetzt.
- mit dem Computerprogramm MAPLE ein File erstellen können, das vorgegebene Anforderungen erfüllt.
- mit Hilfe des Computerprogrammes MAPLE die reelle Fourier-Reihe einer periodischen Funktion bestimmen können.

Aufgaben

1. Konsultieren Sie das folgende Java-Applet, in welchem die **Fourier-Synthese**, d.h. die Bildung der Fourier-Reihe einer periodischen Funktion veranschaulicht wird:

   http://www.tel.fh-htwchur.ch/~borer → Mathematik → Unterlagen (...) → Fourier-Synthese
   (Quelle: http://didaktik.physik.uni-wuerzburg.de/~pkrahmer/ntnujava/sound/)

   Durch Schieberegler können die einzelnen Fourier-Komponenten (sin- bzw. cos-Glieder) eingestellt werden.

   Versuchen Sie, die folgenden periodischen Funktionen möglichst gut anzunähern:

   - Funktionen aus der Übung 4 (Aufgaben 2 und 3)
   - Funktionen, deren reelle Fourier-Reihen bzw. -Koeffizienten tabelliert sind (z.B. Formelbuch *Papula*, Seiten 186 bis 188)
   - (eigene Beispiele von periodischen Funktionen)

2. Erstellen Sie mit dem Computerprogramm **MAPLE** ein File, mit welchem die reelle Fourier-Reihe einer periodischen Funktion x(t) bestimmt werden kann.

   Das MAPLE-File sollte die folgenden Anforderungen erfüllen:

   - Wahl einer beliebigen periodischen Funktion x(t) durch den Anwender
   - Aufzeichnen des Grafen von x(t) über mindestens eine Grundperiode
   - Berechnung aller reellen Fourier-Koeffizienten a_0, a_k (k N) und b_k (k N) von x(t)
   - Berechnung der Näherungsfunktionen $x_N(t)$ für eine beliebige Wahl von N

     $$x_N(t) := a_0 + \sum_{k=1}^{N} \left(a_k \cdot \cos(k\omega_0 t) + b_k \cdot \sin(k\omega_0 t) \right)$$

     (Die Näherungsfunktion $x_N(t)$ entspricht der reellen Fourier-Reihe von x(t) mit Abbruch nach N Gliedern.)
   - Aufzeichnen des Grafen von $x_N(t)$ für N = 0, 1, 2, ... und Vergleich mit dem Grafen von x(t)
   - Grafische Ersichtlichkeit, dass sich die Näherungsfunktionen $x_N(t)$ für wachsendes N der Funktion x(t) annähern.
   - (evtl. weitere von Ihnen formulierte Anforderungen)

Lösungen

1. …

2. MAPLE-Muster-Files, die den formulierten Anforderungen jedoch nur teilweise genügen, finden Sie unter:
   http://www.tel.fh-htwchur.ch/˜borer → Mathematik → Unterlagen (...)