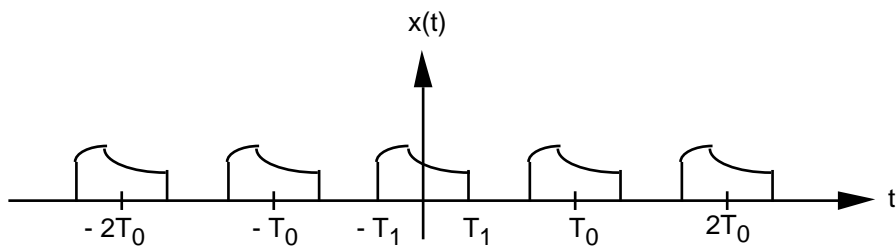
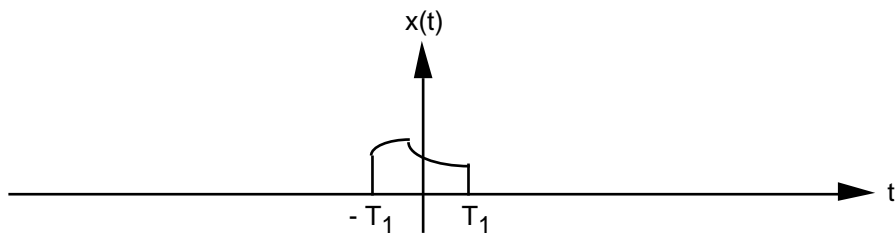


Fourier-Transformierte und Fourier-Integral

Fourier-Integral als Grenzwert einer Fourier-Reihe

Aperiodische Funktion bzw. aperiodisches Signal $x(t)$ von endlicher Dauer:



$$x(t) = \lim_{T_0} \tilde{x}(t)$$

Fourier-Reihe von $\tilde{x}(t)$:

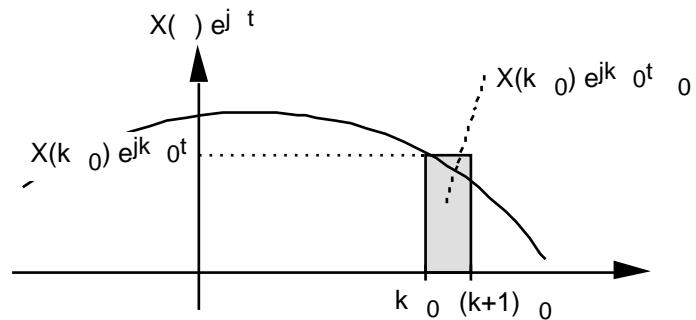
$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \tilde{x}(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \tilde{x}(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \end{aligned}$$

Def.: $X(\omega) := \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$

$$= \frac{1}{T_0} X(k\omega_0)$$

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t) &= \frac{1}{T_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k \cdot \frac{T_0}{2}) e^{jk \cdot \frac{T_0}{2} \cdot t} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k \cdot \frac{T_0}{2}) e^{jk \cdot \frac{T_0}{2} \cdot t} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k \cdot \frac{T_0}{2}) e^{jk \cdot \frac{T_0}{2} \cdot t} \cdot T_0\end{aligned}$$



Fourier-Reihe von $\tilde{x}(t)$:

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k \cdot \frac{T_0}{2}) e^{jk \cdot \frac{T_0}{2} \cdot t} \cdot T_0$$

↓ T_0 bzw. $\frac{T_0}{2}$

Fourier-Integral von $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Fourier-Transformierte und Fourier-Integral

Aperiodische Funktion bzw. aperiodisches Signal $x(t)$:

$X(\omega) := \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$	Fourier-Transformierte von $x(t)$
$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$	Fourier-Integral von $x(t)$