

Übung 34 LTD-System Bestimmung der diskreten Faltungssumme

Lernziel

- die diskrete Faltung zweier zeitdiskreter Funktionen sowohl analytisch als auch grafisch bestimmen können.

Einleitung

Die **diskrete lineare Faltung** zweier zeitdiskreter Funktionen $x_1[n]$ und $x_2[n]$ ist wie folgt **definiert**:

$$y[n] = x_1[n] * x_2[n] := \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] \cdot x_2[n-k]$$

Es gibt **zwei Methoden**, wie man die diskrete lineare Faltung ausführen kann:

Analytische Methode

Man bestimmt den analytischen Ausdruck für die Funktion $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$, indem man die analytischen Ausdrücke für $x_1[n]$ und $x_2[n]$ in die Faltungssumme einsetzt und die Summe algebraisch berechnet.

Grafische Methode

Man bestimmt den Grafen der Funktion $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$, indem man jeden einzelnen Funktionswert von $y[n]$ aus den Grafen von $x_1[n]$ und $x_2[n]$ nach dem Schema "Spiegeln und Verschieben" ermittelt:

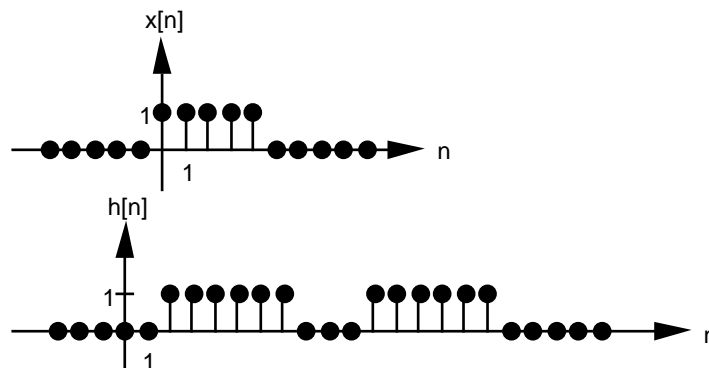
- $x_1[k]$
- $x_2[k]$ $x_2[-k]$ (gespiegelte Version von $x_2[k]$)
 $x_2[n-k]$ (verschobene Version von $x_2[-k]$)
- Grafen von $x_1[k]$ und $x_2[n-k]$ übereinanderlegen, Werte bei gleichem k multiplizieren und aufaddieren:

$$\dots, y[-1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] \cdot x_2[-1-k], \quad y[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] \cdot x_2[-k], \quad y[1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] \cdot x_2[1-k], \quad \dots$$

Aufgabe

Gegeben sind jeweils ein Eingangssignal $x[n]$ und die Impulsantwort $h[n]$ eines LTD-Systems. Bestimmen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ mit der angegebenen Methode.

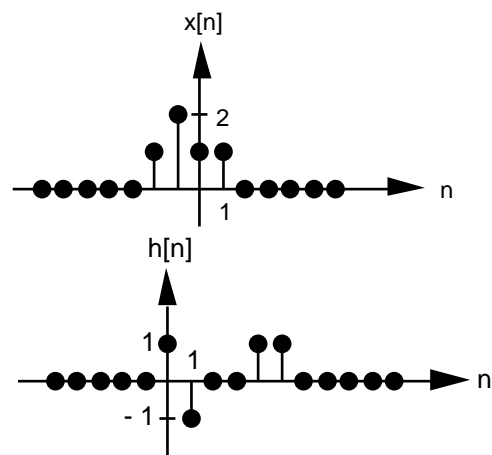
- a) $x[n] = a^n \cdot [n]$ ($a > 0$) $h[n] = b^n \cdot [n]$ ($b > 0$) *analytische Methode*
- b) $x[n] = (-1)^n \cdot ([-n] - [-n-8])$ $h[n] = [n] - [n-8]$ *grafische Methode*
- c) $x[n]$ und $h[n]$ gemäss folgender Grafik: *grafische Methode*



- d) (siehe Seite 2)

d) $x[n]$ und $h[n]$ gemäss folgender Grafik:

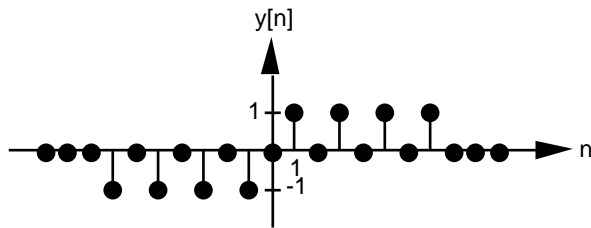
grafische Methode



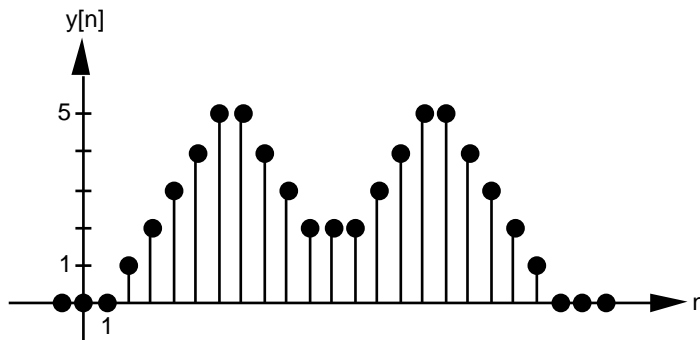
Lösungen

a) $y[n] = \frac{b^{n+1}-a^{n+1}}{b-a} [n] \quad (a \neq b)$
 $a^n(n+1) [n] \quad (a=b)$

b)



c)



d)

