Übung 7 — Reelle Fourier-Reihe
a_0, Gerade/ungerade/konstante/trigonom. Funktionen, Linearität

PUZZLE

Themen

1 a_0

2 Gerade / ungerade Funktion

3 Konstante / trigonometrische Funktion

4 * Linearität

Lernziele

1 a_0

- verstehen, dass der konstante Anteil in der reellen Fourier-Reihe einer periodischen Funktion der zeitliche Mittelwert der Funktion über eine Grundperiode ist.
- verstehen, dass sich in der reellen Fourier-Reihe einer periodischen Funktion nur der konstante Anteil ändert, wenn man die Funktion mit einer Konstanten addiert.

2 Gerade / ungerade Funktion

- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer geraden periodischen Funktion eine reine Cosinus-Reihe ist.
- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer ungeraden periodischen Funktion eine reine Sinus-Reihe ohne konstanten Anteil ist.

3 Konstante / trigonometrische Funktion

- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer konstanten Funktion weder Cosinus- noch Sinus-Glieder enthält sondern lediglich einen konstanten Anteil.
- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer reinen Cosinus-Funktion ein einziges Cosinus-Glied enthält.
- verstehen, dass die reelle Fourier-Reihe einer reinen Sinus-Funktion ein einziges Sinus-Glied enthält.

4 * Linearität

- verstehen, dass die Operationen, welche einer periodischen Funktion deren reelle Fourier-Koeffzienten zuordnen, linear sind.

Aufgaben

4 * Linearität

Einzelstudium

In der Aufgabe 2 der Übung 3 haben Sie gezeigt, dass die Operation, die einer periodischen Funktion x(t) den Fourier-Koeffizienten a_0 zuordnet, linear ist:

$$a_0: \qquad x(t) \to a_0\big(x(t)\big) = \frac{1}{2\pi}\int_{(T_0)} x(t)\ dt$$

Finden Sie nun schlüssige Erklärungen dafür, dass auch diejenigen Operationen linear sind, welche der Funktion x(t) die Fourier-Koeffizienten a_k (k   N) und b_k (k   N) zuordnen:

$$a_k: \qquad x(t) \to a_k\big(x(t)\big) = \frac{2}{T_0}\int_{(T_0)} x(t)\cdot\cos(k\omega_0 t)\ dt$$

$$b_k: \qquad x(t) \to b_k\big(x(t)\big) = \frac{2}{T_0}\int_{(T_0)} x(t)\cdot\sin(k\omega_0 t)\ dt$$

Hinweis:
Bei der Beurteilung der Linearität betrachtet man eine Darstellung von x(t) als Linearkombination von zwei Teilfunktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$:

$$x(t) = \lambda_1 \cdot x_1(t) + \lambda_2 \cdot x_2(t)$$

i) Nehmen Sie an, dass $x_1(t)$ und $x_2(t)$ die gleiche Grundperiode besitzen.
ii) ** Worin liegt die Problematik, falls $x_1(t)$ und $x_2(t)$ unterschiedliche Grundperiode besitzen.

Expertenrunde

Diskutieren Sie gemeinsam die Aufgabe, die Sie im Einzelstudium bearbeitet haben, und klären Sie in der Gruppe alle Unklarheiten ab.

Unterrichtsrunde

Unterrichten Sie Ihre Kollegen/-innen über Ihr Thema 4.
Lassen Sie sich von Ihren Kollegen/-innen über die Themen 1, 2, 3 unterrichten.