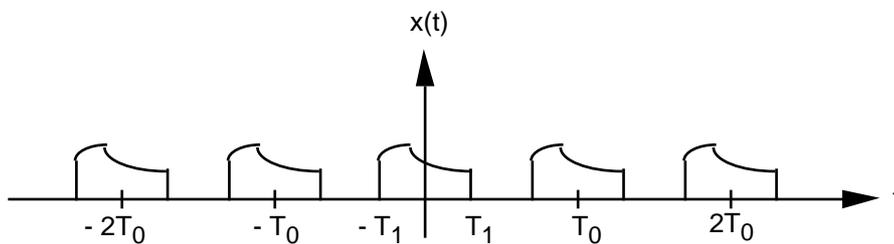
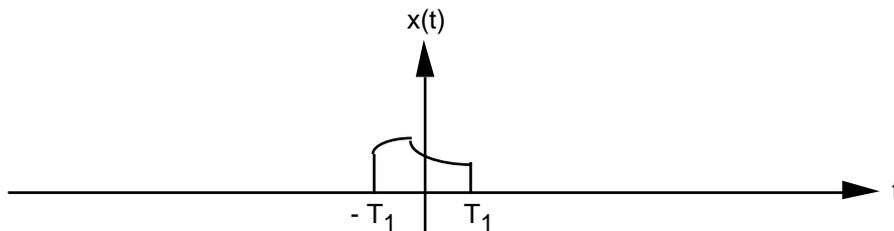


## Fourier-Transformierte und Fourier-Integral

### Fourier-Integral als Grenzwert einer Fourier-Reihe

Aperiodische Funktion bzw. aperiodisches Signal  $x(t)$  von endlicher Dauer:



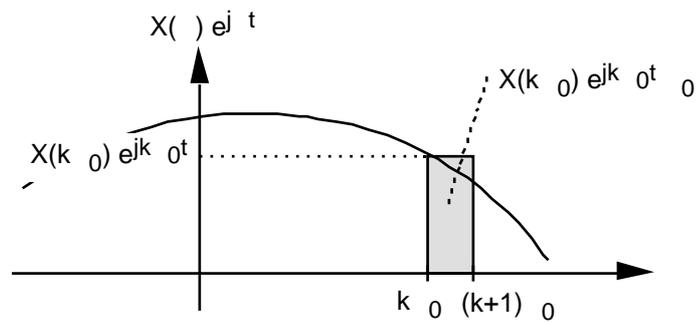
$$x(t) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \tilde{x}(t)$$

Fourier-Reihe von  $\tilde{x}(t)$ :

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \tilde{x}(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \tilde{x}(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &\stackrel{\text{Def.: } X(k\omega_0)}{=} \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_0} X(k \cdot \omega_0) e^{jk \cdot \omega_0 t} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_0}{2} X(k \cdot \omega_0) e^{jk \cdot \omega_0 t} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k \cdot \omega_0) e^{jk \cdot \omega_0 t} \cdot \omega_0\end{aligned}$$



Fourier-Reihe von  $\tilde{x}(t)$ :

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_0} X(k \cdot \omega_0) e^{jk \cdot \omega_0 t} \cdot \omega_0$$



$T_0$  bzw.  $\omega_0 \rightarrow 0$

Fourier-Integral von  $x(t)$ :

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

### Fourier-Transformierte und Fourier-Integral

Aperiodische Funktion bzw. aperiodisches Signal  $x(t)$ :

$X(\omega) := \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$
$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$

**Fourier-Transformierte** von  $x(t)$

**Fourier-Integral** von  $x(t)$