

# Klausur Mathematik 3 / TE / 22.10.2008

Name: .....

Punkte: ..... Note: .....

**Dauer:** 45 Minuten

**Hilfsmittel:** - beliebige schriftliche Unterlagen  
- Taschenrechner

**Bemerkungen:** - Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg vollständig, übersichtlich und verständlich dokumentiert werden.  
- Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu bearbeiten.

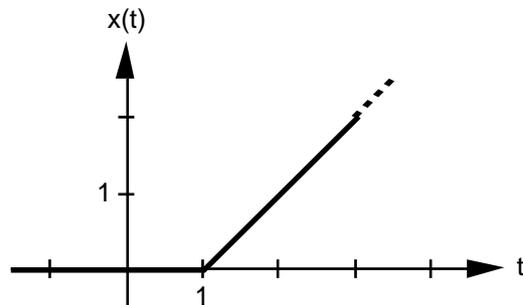
1. Entscheiden Sie ohne Begründung, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

Die Laplace-Transformierte ...

	wahr	falsch
... einer Funktion ist immer eine Funktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... einer Funktion ist immer eindeutig.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... hat ausserhalb des Konvergenzbereiches komplexe Werte.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... einer Funktion ist stets definiert für $s = 3j$ , falls sie auch für $s = 2j$ definiert ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... des Produktes zweier Teilfunktionen ist das Produkt der Laplace-Transformierten der beiden Teilfunktionen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5 Punkte .....

2. Gegeben ist der Graf einer Funktion  $x(t)$ :



Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte mit Hilfe der Laplace-Transformations-Tabelle aus dem Lehrbuch Papula sowie unter Anwendung der Eigenschaften der Laplace-Transformation.

Vorgabe:

Als Laplace-Transformations-Tabelle ist ausdrücklich nur diejenige aus dem Lehrbuch Papula erlaubt (ab Seite 666), d.h. keine weiteren Transformations-Tabellen aus anderen Quellen.

5 Punkte .....

3. Gegeben ist die folgende Laplace-Transformierte:

$$X(s) = \frac{1}{(s-a)(s-b)} \quad (\text{Annahme: } a \neq b)$$

Für diese Aufgabe sei angenommen, dass als Laplace-Transformations-Tabelle nur der folgende Teil der Tabelle aus dem Lehrbuch Papula (ab Seite 666) zugelassen sei:

Bildfunktion $F(s)$	Originalfunktion $f(t)$
(1) $\frac{1}{s}$	1 (Sprungfunktion)
(2) $\frac{1}{s-a}$	$e^{at}$
(3) $\frac{1}{s^2}$	$t$
(4) $\frac{1}{s(s-a)}$	$\frac{e^{at} - 1}{a}$
(5) $\frac{1}{(s-a)^2}$	$t \cdot e^{at}$

Der Rest der Tabelle (Einträge (6) bis (33)) soll also ausdrücklich nicht zur Verfügung stehen.

Bestimmen Sie unter dieser Voraussetzung die Laplace-Rücktransformierte  $x(t)$  ...

a) ... mit Hilfe des **Faltungssatzes**.

Vorgabe:  
Das Faltungsintegral muss von Hand berechnet werden.

Integraltablelle:

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{\cos(ax)}{a} + C \quad (a \neq 0)$$

$$\int \cos(ax) dx = \frac{\sin(ax)}{a} + C \quad (a \neq 0)$$

$$\int x \cdot \sin(ax) dx = \frac{\sin(ax)}{a^2} - \frac{x \cdot \cos(ax)}{a} + C \quad (a \neq 0)$$

$$\int x \cdot \cos(ax) dx = \frac{\cos(ax)}{a^2} + \frac{x \cdot \sin(ax)}{a} + C \quad (a \neq 0)$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C \quad (a \neq 0)$$

$$\int x \cdot e^{ax} dx = \left( \frac{ax-1}{a^2} \right) e^{ax} + C \quad (a \neq 0)$$

5 Punkte .....

b) ... mit Hilfe der **Partialbruchzerlegung**.

Vorgabe:  
Die Partialbruchzerlegung muss vollständig von Hand, d.h ohne Hilfsmittel durchgeführt werden.

5 Punkte .....