

Klausur Mathematik 3 / TE / 21.12.2005

Name:

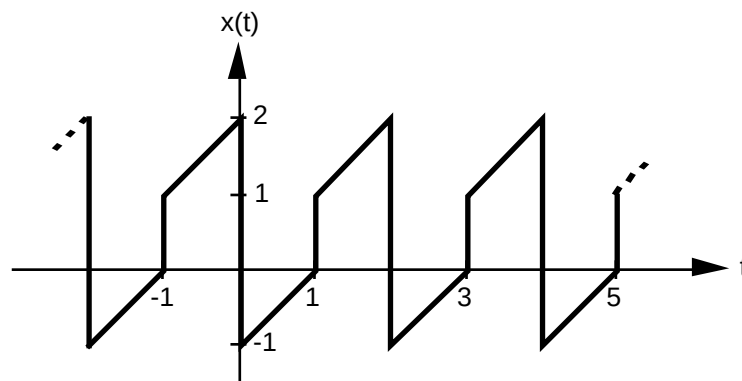
Punkte: Note:

Dauer: 45 Minuten

Hilfsmittel: - Taschenrechner
- beliebige schriftliche Unterlagen

Bemerkungen: - Bei jeder Aufgabe muss der ganze Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Es wird auf eine übersichtliche Darstellung Wert gelegt.

1. Gegeben ist der Graf einer periodischen Funktion $x(t)$:

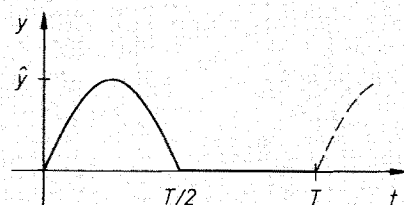


Bestimmen Sie die beiden reellen Fourier-Koeffizienten a_0 und a_1 .

5 Punkte

2. In einer Fourier-Reihen-Tabelle ist die reelle Fourier-Reihe einer periodischen Sinusimpuls-Funktion $y(t)$ aufgeführt:

(4) Sinusimpuls (Einweggleichrichtung)



$$y(t) = \begin{cases} \hat{y} \cdot \sin(\omega_0 t) & \text{für } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

$$y(t) = \frac{\hat{y}}{\pi} + \frac{\hat{y}}{2} \cdot \sin(\omega_0 t) -$$

$$- \frac{2\hat{y}}{\pi} \left[\frac{1}{1 \cdot 3} \cdot \cos(2\omega_0 t) + \frac{1}{3 \cdot 5} \cdot \cos(4\omega_0 t) + \frac{1}{5 \cdot 7} \cdot \cos(6\omega_0 t) + \dots \right]$$

Bestimmen Sie alle komplexen Fourier-Koeffizienten c_k ($k \in \mathbb{Z}$) der Funktion $y(t)$.

5 Punkte

3. Entscheiden Sie ohne Begründung, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
Die reelle Fourier-Reihe einer trigonometrischen Funktion ist die trigonometrische Funktion selber.	☐	☐
Falls die reelle Fourier-Reihe einer periodischen Funktion existiert, so ist sie (die reelle Fourier-Reihe) in allen Punkten stetig.	☐	☐
Wenn die Summe zweier periodischer Funktionen periodisch ist, so ist die Grundperiode dieser Summe gleich dem grössten gemeinsamen Teiler der Grundperioden der beiden einzelnen Funktionen.	☐	☐
Wenn in der komplexen Fourier-Reihe einer periodischen Funktion der Fourier-Koeffizient c_3 ungleich Null ist, dann ist auch der Fourier-Koeffizient c_{-3} ungleich Null.	☐	☐
Die Grundfrequenz und die Grundperiode einer periodischen Funktion sind immer positive reelle Grössen.	☐	☐

5 Punkte

4. Entscheiden Sie ohne Begründung, welche der jeweils drei Aussagen wahr ist. Bei allen Teilaufgaben a) bis e) ist immer **genau eine** Aussage wahr.

Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

Bewertung:

Jede Teilaufgabe gibt 1 Punkt, wenn das richtige Kästchen angekreuzt ist. Wenn in einer Teilaufgabe kein Kästchen, ein falsches oder mehr als ein Kästchen angekreuzt ist bzw. sind, gibt es für die entsprechende Teilaufgabe 0 Punkte.

- a) Wenn die reelle Fourier-Reihe einer periodischen Funktion mindestens ein Sinus-Glied enthält, kann man folgern, dass die Funktion ...
- ☐ ... ungerade ist.
- ☐ ... gerade ist.
- ☐ ... nicht gerade ist.
- b) Wenn der konstante Anteil in der reellen Fourier-Reihe einer periodischen Funktion nicht gleich Null ist, kann man folgern, dass die Funktion ...
- ☐ ... nicht ungerade ist.
- ☐ ... nicht gerade ist.
- ☐ ... ungerade ist.

(Fortsetzung der Aufgabe 4 auf der Seite 3)

- c) Die komplexe Fourier-Reihe einer periodischen Funktion ist ...
- ☐ ... eine reelle Funktion.
- ☐ ... eine komplexe Funktion.
- ☐ ... keine Funktion.
- d) Die reellen Fourier-Koeffizienten einer periodischen Funktion verändern sich nicht, wenn man die Funktion skaliert. Dies liegt daran, dass ...
- ☐ ... sich die Funktion durch das Skalieren nicht verändert.
- ☐ ... die Sinus- und Cosinus-Funktionen in der reellen Fourier-Reihe mitskaliert werden.
- ☐ ... sich die Grundperiode beim Skalieren nicht verändert.
- e) Den Fourier-Reihen liegt das Konzept zu Grunde, eine periodische Funktion als Linearkombination geeigneter Basisfunktionen darzustellen.
- Dass man bei der reellen Fourier-Reihe Sinus- und Cosinus-Funktionen als Basisfunktionen wählt, ist darin begründet, dass Sinus- und Cosinus-Funktionen ...
- ☐ ... periodisch sind im Gegensatz zu anderen möglichen Basisfunktionen.
- ☐ ... über die Euler'sche Beziehung miteinander verknüpft sind.
- ☐ ... ihren Charakter beibehalten, wenn sie lineare Systeme durchlaufen.

5 Punkte