

Aufgaben 10 **Fourier-Transformation** **Bestimmung der Fourier-Transformierten**

Lernziel

- die Fourier-Transformierte einer einfacheren aperiodischen Funktion von Hand und mit Hilfe einer Integraltabelle bestimmen können.

Aufgaben

10.1 Gegeben ist die aperiodische Funktion $x(t)$.

- Skizzieren Sie den Grafen von $x(t)$.
- Bestimmen Sie die zu $x(t)$ gehörige Fourier-Transformierte $X(\omega)$ von Hand und mit Hilfe einer Integraltabelle.
- Skizzieren Sie ...
 - ... den Grafen von $X(\omega)$, falls $X(\omega)$ eine reellwertige Funktion ist.
 - ... die Grafen von $|X(\omega)|$ und $\arg(X(\omega))$, falls $X(\omega)$ eine komplexwertige Funktion ist.

a)
$$x(t) = \begin{cases} 1 & (|t| < T_1) \\ 0 & (|t| > T_1) \end{cases} \quad (T_1 > 0)$$

b) $x(t) = e^{-at} \cdot u(t) \quad (a \in \mathbb{R})$
Unterscheiden Sie die drei Fälle $a > 0$, $a = 0$ und $a < 0$.

c) $x(t) = e^{-a|t|} \quad (a > 0)$

10.2 * Erstellen Sie mit einem Computeralgebraprogramm (z.B. MAPLE) ein File, mit welchem die Fourier-Transformierte $X(\omega)$ einer aperiodischen Funktion $x(t)$ bestimmt werden kann.

Das File sollte die folgenden Anforderungen erfüllen:

- Wahl einer beliebigen aperiodischen Funktion $x(t)$ durch den Anwender
- Aufzeichnen des Grafen von $x(t)$
- Berechnung der Fourier-Transformierten $X(\omega)$
- Berechnung von Betrag $|X(\omega)|$ und Argument $\arg(X(\omega))$ der Fourier-Transformierten
- Aufzeichnen der Grafen von Betrag $|X(\omega)|$ und Argument $\arg(X(\omega))$ der Fourier-Transformierten
- (evtl. weitere von Ihnen formulierte Anforderungen)

Integraltabelle

$$e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C \quad (a \neq 0)$$

Lösungen

- 10.1 a) i) ...
- ii)
$$X(\omega) = \frac{2 \sin(\omega T_1)}{2T_1} \quad (\omega \neq 0)$$

$$= 2T_1 \operatorname{sinc}(\omega T_1) \quad \text{mit} \quad \operatorname{sinc}(x) := \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$$
- iii) $X(\omega)$ reellwertig Graf von $X(\omega)$
- b) i) ...
- ii) $a > 0$: $X(\omega) = \frac{1}{a+j\omega}$
 $a = 0$: $X(\omega)$ existiert nicht
- iii) $X(\omega)$ komplexwertig Grafen von $|X(\omega)|$ und $\arg(X(\omega))$
 $a > 0$: $|X(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega^2}}$
 $\arg(X(\omega)) = -\arctan\left(\frac{\omega}{a}\right)$
- c) i) ...
- ii) $X(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
- iii) $X(\omega)$ reellwertig Graf von $X(\omega)$

10.2 * Ein MAPLE-Muster-File finden Sie unter:
<http://www.thomasborer.ch/Mathematik/Dokumente/Links>