

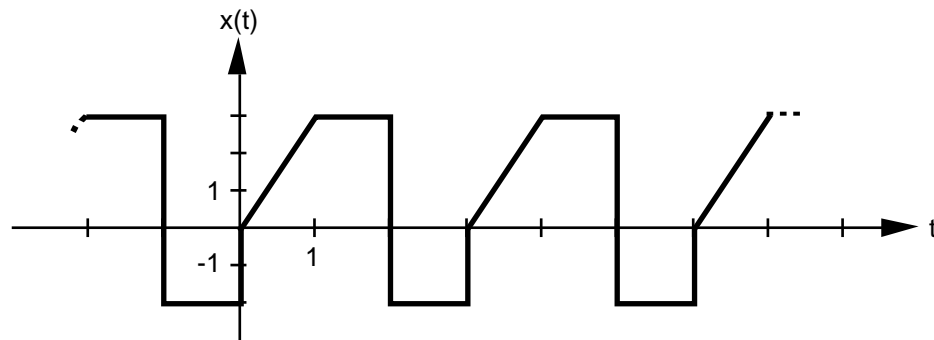
Übung 7 Reelle Fourier-Reihe Konstanter Anteil, Spezielle Funktionen, Linearität, Skalierung

Lernziele

- aus dem Grafen einer einfacheren periodischen Funktion den konstanten Anteil der reellen Fourier-Reihe herauslesen können.
- angeben können, wie sich der konstante Anteil der reellen Fourier-Reihe einer periodischen Funktion ändert, wenn der Graf der Funktion vertikal verschoben wird.
- ohne Berechnung von Integralen Aussagen über die reellen Fourier-Koeffizienten einer periodischen Funktion mit speziellen Symmetrieeigenschaften machen können.
- ohne Berechnung von Integralen die reellen Fourier-Koeffizienten einer periodischen Funktion bestimmen können, die sich aus trigonometrischen Teilfunktionen zusammensetzt.
- die reelle Fourier-Reihe einer periodischen Funktion bestimmen können, die aus einer Linearkombination von Funktionen mit gleicher Grundperiode bestehen und deren reelle Fourier-Reihen bekannt sind.
- beurteilen können, wie sich die reellen Fourier-Koeffizienten einer periodischen Funktion verändern, wenn man die Funktion skaliert.

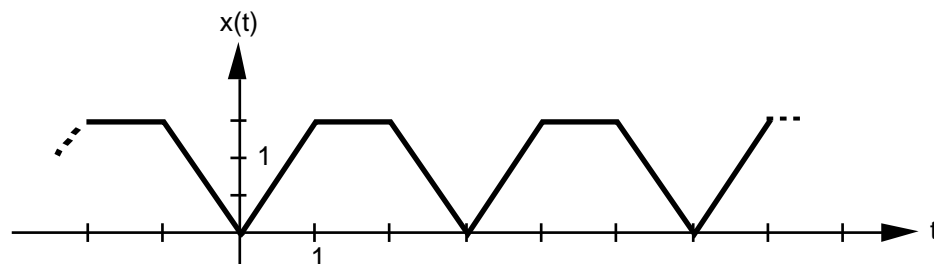
Aufgaben

1. Gegeben ist die periodische Funktion $x(t)$:

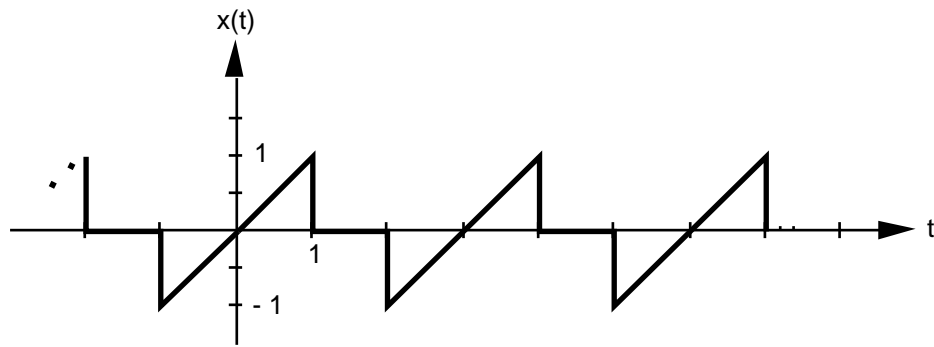


- a) Bestimmen Sie den reellen Fourier-Koeffizienten a_0 .
 - b) Der Graf von $x(t)$ werde um 3 Einheiten vertikal nach oben verschoben. Wie gross ist der Koeffizient a_0 der geschobenen Funktion?
 - c) Um wieviele Einheiten müsste man den Grafen von $x(t)$ vertikal verschieben, damit der Koeffizient a_0 der geschobenen Funktion gleich Null würde?
2. Beurteilen Sie mit Begründung, jedoch ohne Berechnung von Integralen, welche der reellen Fourier-Koeffizienten a_0 , a_k ($k \in \mathbb{N}$), b_k ($k \in \mathbb{N}$) der periodischen Funktion $x(t)$ gleich Null sind:

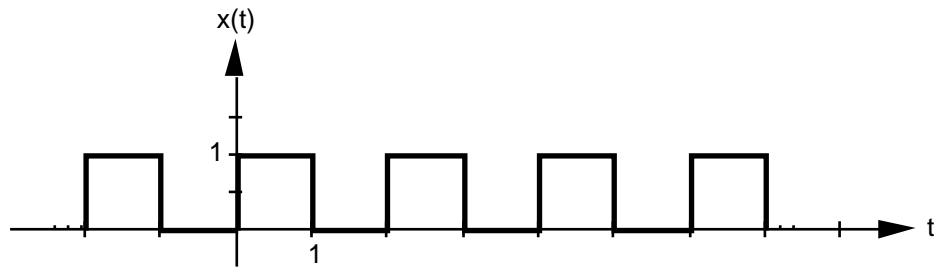
- a)



b)



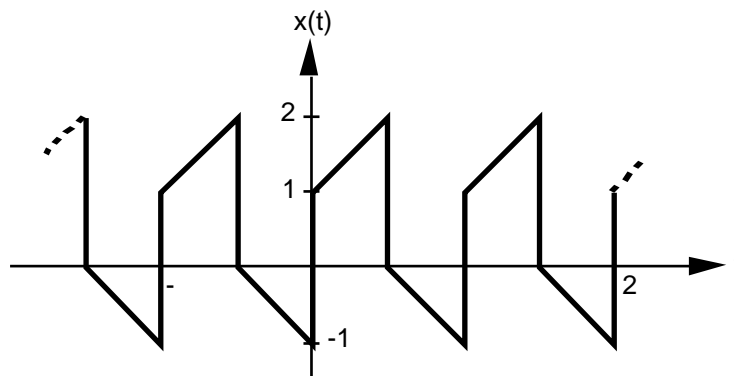
c)



3. Bestimmen Sie ohne Tabellen und Berechnung von Integralen die reellen Fourier-Koeffizienten a_k ($k \in \mathbb{N}$), b_k ($k \in \mathbb{N}$) der Funktion $x(t)$:

- a) $x(t) = 2 + \cos(3t) - 4 \cos(6t) + 2 \sin(15t)$
- b) $x(t) = \sin(4t) + 3 \cos(10t) - 2 \sin(12t) + \sin(24t)$
- c) $x(t) = 2 \sin(4t-1) - 4 \cos(3t+2)$

4. Gegeben ist der Graf einer periodischen Funktion $x(t)$:

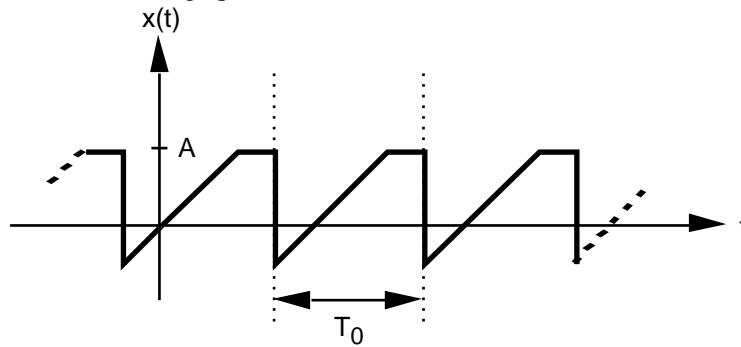


a) Die Funktion $x(t)$ kann als Linearkombination zweier Teilfunktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ aufgefasst werden, deren reelle Fourier-Reihen in der Tabelle 2 des Lehrbuches Papula 2 (Seiten 173 und 174) aufgeführt sind.

Formulieren Sie diese Linearkombination, d.h. finden Sie heraus, aus welchen beiden Teilfunktionen $x(t)$ zusammengesetzt ist und mit welchen Faktoren die beiden Teilfunktionen gewichtet sind.

b) Bestimmen Sie die reelle Fourier-Reihe von $x(t)$ mit Hilfe der Linearität und den tabellierten reellen Fourier-Reihen von $x_1(t)$ und $x_2(t)$.

5. Gegeben ist eine beliebige periodische Funktion $x(t)$:



Die reellen Fourier-Koeffizienten a_0 , a_k ($k \in \mathbb{N}$), b_k ($k \in \mathbb{N}$) von $x(t)$ seien bekannt.

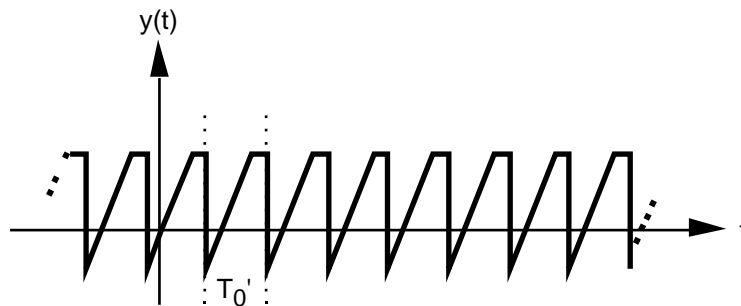
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, inwiefern sich die reellen Fourier-Koeffizienten a_{0y} , a_{ky} ($k \in \mathbb{N}$), b_{ky} ($k \in \mathbb{N}$) der Funktion $y(t)$ von den Koeffizienten a_0 , a_k ($k \in \mathbb{N}$), b_k ($k \in \mathbb{N}$) der Funktion $x(t)$ unterscheiden.

a)



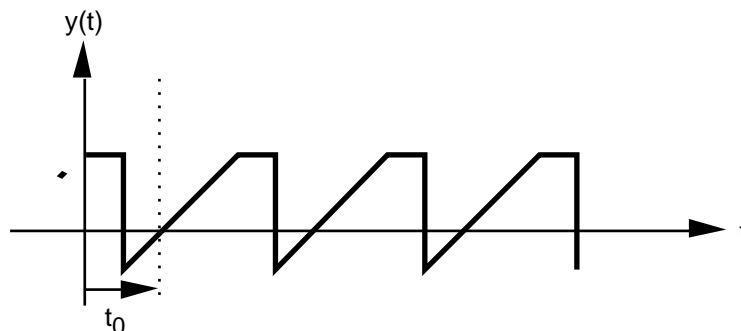
$y(t) := r \cdot x(t)$ mit $r > 0$, d.h. $y(t)$ ist gegenüber $x(t)$ um den Faktor $r := A'/A$ skaliert, d.h. der Graf ist in y -Richtung "gestreckt" (falls $r > 1$) bzw. "gestaucht" (falls $r < 1$).

b)



$y(t) := x(r \cdot t)$ mit $r > 0$, d.h. $y(t)$ ist gegenüber $x(t)$ zeitlich um den Faktor $r = T_0/T_0'$ skaliert, d.h. der Graf ist in der Zeit-Achse "gestaucht" (falls $r > 1$) bzw. "gestreckt" (falls $r < 1$).

c) *



$y(t) := x(t - t_0)$, d.h. $y(t)$ ist gegenüber $x(t)$ zeitlich um t_0 verschoben.

