

Übung 10 **Fourier-Transformation** **Bestimmung der Fourier-Transformierten**

Lernziele

- die Fourier-Transformierte einer einfacheren aperiodischen Funktion von Hand und mit Hilfe einer Integraltabelle bestimmen können.

Aufgaben

1. Gegeben ist die aperiodische Funktion $x(t)$.
 - i) Skizzieren Sie den Grafen von $x(t)$.
 - ii) Bestimmen Sie die zu $x(t)$ gehörige Fourier-Transformierte $X(\omega)$ von Hand und mit Hilfe einer Integraltabelle.
 - iii) Skizzieren Sie den Grafen von $X(\omega)$.
 - iv) Skizzieren Sie den Grafen des Betrages $|X(\omega)|$ von $X(\omega)$.
 - a)
$$x(t) = \begin{cases} 1 & (|t| < T_1) \\ 0 & (|t| > T_1) \end{cases} \quad (T_1 > 0)$$
 - b) $x(t) = e^{-at} \cdot u(t) \quad (a \in \mathbb{R})$
Unterscheiden Sie die drei Fälle $a > 0$, $a = 0$ und $a < 0$.
 - c) $x(t) = e^{-a|t|} \quad (a > 0)$
2. * Erstellen Sie mit dem Computerprogramm **MAPLE** ein File, mit welchem die Fourier-Transformierte $X(\omega)$ einer aperiodischen Funktion $x(t)$ bestimmt werden kann.
Das MAPLE-File sollte die folgenden Anforderungen erfüllen:
 - Wahl einer beliebigen aperiodischen Funktion $x(t)$ durch den Anwender
 - Aufzeichnen des Grafen von $x(t)$
 - Berechnung der Fourier-Transformierten $X(\omega)$
 - Berechnung von Betrag $|X(\omega)|$ und Argument $\arg(X(\omega))$ der Fourier-Transformierten
 - Aufzeichnen der Grafen von Betrag $|X(\omega)|$ und Argument $\arg(X(\omega))$ der Fourier-Transformierten
 - (evtl. weitere von Ihnen formulierte Anforderungen)

Lösungen

1. a) i) ...
- ii) $X(\omega) = \frac{2 \sin(\omega T_1)}{2T_1} \quad (\omega \neq 0)$
 $= 2T_1 \operatorname{sinc}(\omega T_1) \quad \text{mit} \quad \operatorname{sinc}(x) := \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$
- iii) ...
- iv) $|X(\omega)| = \begin{matrix} X(\omega) & | & \frac{2}{T_1} & | & \frac{3}{T_1} & | & \frac{4}{T_1} & | & \frac{5}{T_1} & \dots \\ -X(\omega) & | & \frac{2}{T_1} & | & \frac{3}{T_1} & | & \frac{4}{T_1} & | & \dots \end{matrix}$
- b) i) ...
- ii) $a > 0: X(\omega) = \frac{1}{a+j\omega}$
 $a = 0: X(\omega) \text{ existiert nicht}$
- iii) ...
- iv) $a > 0: |X(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega^2}}$
- c) i) ...
- ii) $X(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
- iii) ...
- iv) $|X(\omega)| = X(\omega)$

2. * Ein MAPLE-Muster-File finden Sie unter:
<http://telecom.tlab.ch/~borer> Mathematik Unterlagen (...)

Integraltabelle

$$e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C \quad (a \neq 0)$$