

Repetitions-Aufgaben 1 Funktionen und Gleichungen

Aufgaben

R1.1 Welche der folgenden Zuordnungen sind Funktionen? Begründen Sie Ihre Antworten.

- a) $f_1 : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, x \mapsto y = f_1(x) = \sqrt{x}$
- b) $f_2 : \{2, 3, 4, \dots\} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto y = f_2(x) = x - 1$
- c) $D =$ Menge aller Schweizer Kantone
 $B =$ Menge aller Schweizer Dörfer und Städte
 $f_3 : D \rightarrow B, x \mapsto y = f_3(x) =$ Hauptort von x
- d) $f_4 : \{x : x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq 3\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f_4(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$
- e) $f_5 : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f_5(x) = \log_a(x)$

R1.2 Falls $f(x) = 9x - x^2$, bestimmen Sie ...

- a) ... $f(0)$.
- b) ... $f(-3)$.
- c) ... $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ und vereinfachen Sie den Ausdruck.

R1.3 Lösen Sie die folgenden Gleichungen, und geben Sie die Lösungsmengen an:

- a) $3x - 8 = 23$
- b) $\frac{6}{3x-5} = \frac{6}{2x+3}$
- c) $\frac{2x+5}{x+7} = \frac{1}{3} + \frac{x-11}{2x+14}$

R1.4 Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x , und geben Sie die Lösungsmengen an. Berücksichtigen Sie dabei, dass die Parameter a und p beliebige reelle Zahlen sein können.

- a) $ax = 60$
- b) $(p - 1)px = p^2 - 1$

R1.5 Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme, und geben Sie die Lösungsmengen an:

- a) $2x + y = 19$
 $x - 2y = 12$
- b) $6x + 3y = 1$
 $y = -2x + 1$

R1.6 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion, deren Graf ...

- a) ... die Steigung 4 und den Achsenabschnitt 2 hat.
- b) ... durch den Punkt $(-2|1)$ verläuft und die Steigung $\frac{2}{5}$ hat.
- c) ... (siehe nächste Seite)

- c) ... durch die Punkte (-2|7) und (6|-4) verläuft.
- d) ... durch den Punkt (1|6) verläuft und parallel ist zu $y = 4x - 6$.

R1.7 Ein bestimmtes Produkt hat die folgenden Angebots- und Nachfragefunktionen:

$$p = f_A(q) = (4q + 5) \text{ CHF}$$

$$p = f_N(q) = (-2q + 81) \text{ CHF}$$

- a) Angenommen, der Preis beträgt 53 CHF. Welche Menge wird dann angeboten und welche wird nachgefragt?
- b) Bestimmen Sie sowohl die Gleichgewichtsmenge als auch den Gleichgewichtspreis.

R1.8 Gesamtkosten $K(x)$ und Ertrag $E(x)$ sind für ein bestimmtes Produkt wie folgt gegeben:

$$K(x) = (38.80x + 4500) \text{ CHF}$$

$$E(x) = 61.30x \text{ CHF}$$

- a) Bestimmen Sie die Fixkosten.
- b) Bestimmen Sie die variablen Kosten für die Fertigung von 10 Stück.
- c) Bestimmen Sie, welche Anzahl gefertigt werden muss, um die Gewinnschwelle zu erreichen.

R1.9 Die Angebots- und die Nachfragefunktion für ein Produkt seien linear und durch die untenstehenden Tabellen bestimmt. Bestimmen Sie Menge und Preis bei Marktgleichgewicht.

Angebotsfunktion		Nachfragefunktion	
Preis	Menge	Preis	Menge
100 CHF	200	200 CHF	200
200 CHF	400	100 CHF	400
300 CHF	600	0 CHF	600

R1.10 Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

a) $4x - 3x^2 = 0$

b) $3x^2 - 6x = 9$

c) $4x^2 + 25 = 0$

d) $\frac{1}{x} + 2x = \frac{1}{3} + \frac{x+1}{x}$

e) $\frac{x-4}{x-5} = \frac{30-x^2}{x^2-5x}$

R1.11 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der quadratischen Funktion, deren Graf ...

- a) ... den Scheitelpunkt (2|4) hat und durch (3|3) verläuft.
- b) ... durch (-3|-3), (0|3) und (3|0) verläuft.

R1.12 Die Angebotsfunktion für ein Produkt ist gegeben durch $p = (q^2 + 300) \text{ CHF}$ und die Nachfragefunktion durch $p/\text{CHF} + q = 410$. Bestimmen Sie die Gleichgewichtsmenge und den Gleichgewichtspreis.

R1.13 (siehe nächste Seite)

- R1.13 Angenommen, die Gesamtkosten $K(x)$ für eine Dienstleistung seien gegeben durch $K(x) = (1760 + 8x + 0.6x^2)$ CHF und der Ertrag $E(x)$ durch $E(x) = (100x - 0.4x^2)$ CHF. Bestimmen Sie die Gewinnschwellen.
- R1.14 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Exponentialfunktion, deren Graf durch die Punkte P und Q verläuft.
- a) P(0|1) Q(2|9)
b) P(1|20) Q(2|100)
- R1.15 Berechnen Sie die folgenden Logarithmen ohne Taschenrechner:
- a) $\log_5(1)$
b) $\log_2(8)$
c) $\log_3\left(\frac{1}{3}\right)$
d) $\log_3(3^8)$
e) $e^{\ln(5)}$
f) $10^{\lg(3.15)}$
- R1.16 Angenommen, 8000 CHF werden bei einfacher Verzinsung und einem Jahreszinssatz von 12% 3 Jahre lang ausgeliehen. Bestimmen Sie den Wert der Anleihe nach Ablauf der 3 Jahre.
- R1.17 Maria hat sich von ihren Eltern 2000 CHF ausgeliehen und ihnen nach 9 Monaten 2100 CHF zurückgezahlt. Welchen Zinssatz hat Mary unter der Annahme einfacher Verzinsung gezahlt?
- R1.18 Welchen Betrag an Sommerverdienst muss ein Student am 31. August einzahlen, um am 31. Dezember des gleichen Jahres über 3000 CHF für Studiengebühren zu verfügen, falls das Geld bei jährlicher einfacher Verzinsung zu einem Jahreszinssatz von 6% angelegt ist?
- R1.19 Angenommen, 1000 CHF werden 4 Jahre lang bei vierteljährlicher Verzinsung mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 8% angelegt. Wieviel Zins trägt das Geld in dieser Zeit?
- R1.20 Wieviel muss man jetzt investieren, um in 4 Jahren 18'000 CHF zu haben, falls die Investition monatlich mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 5.4% verzinst wird?
- R1.21 Im Jahr 2010 hatte ein afrikanisches Land 4.5 Millionen Einwohner. Die Bevölkerung ist seither 4% pro Jahr gewachsen. Wie gross wird die Bevölkerung im Jahr 2030 sein, wenn sich der Wachstumsfaktor nicht verändert?
- R1.22 Ein Unternehmen möchte in 4 1/2 Jahren 250'000 CHF für Investitionen zur Verfügung haben. Wieviel muss zu Beginn jedes Quartals einbezahlt werden, um dieses Ziel zu erreichen, falls das investierte Geld vierteljährlich mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 10.2% verzinst wird?
- R1.23 (siehe nächste Seite)

- R1.23 Ein Altersvorsorgekonto, welches halbjährlich mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 6.8% verzinst wird, enthält 488'000 CHF. Wie lange können am Ende jedes Halbjahres 40'000 CHF abgehoben werden, bis der Kontostand 0 CHF ist?
- R1.24 In 3 Jahren möchte ein Paar eine 4-monatige Reise nach China, Japan und Südostasien antreten. Ab Reisebeginn möchten sie jeweils zu Monatsbeginn 5000 CHF abheben, um die Reisekosten für den entsprechenden Monat bezahlen zu können. Wieviel müssen sie ab jetzt 3 Jahre lang zu Beginn jedes Monats einzahlen, damit bei Reisebeginn genügend Geld auf dem Konto liegt? Es wird angenommen, dass das Konto monatlich mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 6.6% verzinst wird.
- R1.25 Herr S. muss seiner geschiedenen Frau 8 Jahr lang am Ende jedes Jahres 25'000 CHF bezahlen. Aufgrund eines privaten Gewinns in seiner Firma ist er in der Lage, die ganze Summe bereits am Ende des ersten Jahres zu bezahlen (statt in 8 Raten am Ende jedes Jahres). Welchen Betrag muss er am Ende des ersten Jahres bezahlen, falls eine jährliche Verzinsung mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 4.5% vereinbart wurde?
- R1.26 Herr P. denkt über eine Anlage für seine Altersvorsorge nach. Er möchte ab dem Jahr, in welchem er 60 Jahre alt wird, 15 Jahre lang jeweils am Jahresende von einem Konto 8000 CHF abheben können. Er nimmt an, dass das Geld während dieser 15 Jahre jährlich mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 2.5% verzinst wird.
- Herr P. möchte das Geld sparen, indem er 30 gleiche Raten am Ende jedes Jahres einzahlt, und zwar bis zum Jahr, in welchem er 55 Jahre alt wird. Wieviel muss er jedes Jahr einzahlen, falls das Geld jährlich mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 3% verzinst wird? Nehmen Sie an, dass der Zinssatz von 3% bis zum Jahr gilt, in welchem Herr P. 60 Jahre alt wird.
 - Herr P. hat im Lotto 40'000 CHF gewonnen! Würde dieses Geld für seine Altersvorsorge reichen, wenn er es am Ende des Jahres, in welchem er 25 Jahre alt wird, einzahlen würde? Nehmen Sie die gleiche Verzinsung an wie in a).