

Aufgaben 1 Zahlenmengen N, Z, Q, R, Mengenoperationen

Lernziele

- die Definition und die Elemente der Menge der natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen kennen.
- wissen und verstehen, was eine Menge, ein Element einer Menge, eine leere Menge, Teilmenge, Schnittmenge, Vereinigungsmenge und Differenzmenge ist.
- elementare Mengenoperationen ausführen können.

Aufgaben

1.1 Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

- | | | | | | |
|----|---------------------------------|----|-------------------------------------|----|--|
| a) | $4 \in \mathbb{N}$ | b) | $-\frac{14}{7} \in \mathbb{Z}$ | c) | $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ |
| d) | $\sqrt{9} \in \mathbb{N}$ | e) | $\sqrt{9} \in \mathbb{Q}$ | f) | $\sqrt{9} \in \mathbb{R}$ |
| g) | $1.67854 \in \mathbb{Q}$ | h) | $1.\overline{67854} \in \mathbb{Q}$ | i) | $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ |
| j) | $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ | k) | $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ | l) | $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} = \mathbb{N}$ |

1.2 Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

- | | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|
| a) | $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ | b) | $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}$ | c) | $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$ |
| d) | $\mathbb{Q} \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ | e) | $\mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ | f) | $(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) \cap \mathbb{N}$ |

1.3 Betrachten Sie die Mengen A, B und C:

A = Menge aller Städte der Welt
B = Menge aller europäischen Städte
C = Menge aller Städte der Welt, die am Meer liegen

Finden Sie mindestens fünf Elemente der folgenden Mengen:

- | | | | |
|----|-----------------|----|--------------------------|
| a) | $B \cap C$ | b) | $B \setminus C$ |
| c) | $C \setminus B$ | d) | $A \setminus (B \cup C)$ |

1.4 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.
In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- a) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q}$
 $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} = \mathbb{N}$
 $\mathbb{Q} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q}$
 $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} = \{-1, -2, -3, \dots\}$
- b) A = Menge aller Städte der Welt
B = Menge aller europäischen Städte
- $A \cap B = A$
 $A \cup B = B$
 $B \in A$
 $B \subset A$
- c) (siehe nächste Seite)

c) Angenommen, x ist eine rationale Zahl. Dann kann gefolgert werden, dass x ...

- ... eine reelle Zahl ist.
- ... eine ganze Zahl ist.
- ... ein Bruch ist, in welchem sowohl der Zähler als auch der Nenner eine natürliche Zahl ist.
- ... eine natürliche Zahl ist.

Lösungen

- 1.1
- | | | | | | |
|----|------|----|------|----|--------|
| a) | wahr | b) | wahr | c) | falsch |
| d) | wahr | e) | wahr | f) | wahr |
| g) | wahr | h) | wahr | i) | wahr |
| j) | wahr | k) | wahr | l) | falsch |

- 1.2
- a) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} = \{0, -1, -2, -3, \dots\}$
 - b) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$
 - c) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$
 - d) $\mathbb{Q} \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \{\}$
 - e) $\mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \mathbb{R}$
 - f) $(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) \cap \mathbb{N} = \{\}$

- 1.3
- a) $B \cap C = \{\text{Lissabon, Kopenhagen, Barcelona, Neapel, Stockholm, ...}\}$
 - b) $B \setminus C = \{\text{London, Paris, Madrid, Berlin, Rom, ...}\}$
 - c) $C \setminus B = \{\text{Tokio, San Francisco, Sydney, Rio de Janeiro, Kapstadt, ...}\}$
 - d) $A \setminus (B \cup C) = \{\text{Chicago, Mexico City, Nairobi, Peking, Bogotá, ...}\}$

- 1.4
- a) 3. Aussage
 - b) 4. Aussage
 - c) 1. Aussage