

Aufgaben 12 Ableitungsregeln Faktor-/Summen-/Produktregel, Höhere Ableitungen

Lernziele

- die Faktor-, Summen- und Produktregel anwenden können, um die Ableitung einer Funktion zu bestimmen.
- eine höhere Ableitung einer Funktion bestimmen können.

Aufgaben

12.1 Bestimmen Sie die Ableitung mit Hilfe der **Faktorregel**:

- | | | |
|-------------------------------------|------------------------------|-------------------------|
| a) $f(x) = 3x^5$ | b) $f(x) = -4x^3$ | c) $f(x) = -x^{10}$ |
| d) $f(x) = a \cdot x^3$ | e) $f(x) = n \cdot x^{n-1}$ | f) $f(x) = 9 \cdot 3^x$ |
| g) $s(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ | h) $S(T) = \alpha \cdot T^4$ | i) $C(x) = (-3x)^3$ |

12.2 Bestimmen Sie die Ableitung mit Hilfe der **Summenregel**:

- | | | |
|---|--|---|
| a) $f(x) = x^5 + x^6$ | b) $f(x) = x^{10} - x^9$ | c) $f(x) = 1 + x + 3x^3$ |
| d) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 2$ | e) $f(x) = 3x^2(x - 2)$ | f) $f(x) = -3x^8 + x^5 - 3x + 99$ |
| g) $f(x) = ax^2 + bx + c$ | h) $f(x) = 3(a^2 - 2ax + x^2)$ | i) $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{x^3}$ |
| j) $s(t) = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}g \cdot t^2$ | k) $V(r) = -\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2}$ | l) $K(n) = K_0(1 + ni)$ |

Hinweis :

- In einigen Teilaufgaben benötigt man zusätzlich die Faktorregel.

12.3 Bestimmen Sie die Ableitung mit Hilfe der **Produktregel**:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| a) $f(x) = x \cdot e^x$ | b) $f(x) = x^3 \cdot 3^x$ |
| c) $f(x) = -2x^5(x - 1)$ | d) $f(x) = (2x - 1) \cdot e^x$ |
| e) $f(x) = (2x - 1)(-3x^2 - x + 1)$ | f) $V(r) = e^r \left(a \cdot r^2 - \frac{b}{r^3} \right)$ |

Hinweis:

- In einigen Teilaufgaben benötigt man zusätzlich die Faktor- und/oder die Summenregel.

12.4 Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Exponentialfunktionen:

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| a) $f(x) = e^{4x}$ | b) $f(x) = e^{-x}$ |
| c) $f(x) = e^{-x^2}$ | d) $f(x) = e^{x^2-2x+5}$ |

12.5 Bestimmen Sie die Ableitung. Verwenden Sie dabei die geeignete(n) Ableitungsregel(n). Vereinfachen und faktorisieren Sie die Ableitung so weit wie möglich:

- | | |
|---|------------------------------|
| a) $f(x) = (x - 2) e^{2x}$ | b) $f(x) = (2 - x^2) e^{-x}$ |
| c) $f(x) = (3x^3 - 2x^2 + x - 1) e^{-2x}$ | d) $P(v) = av^2 e^{-bv^2}$ |

12.6 (siehe nächste Seite)

12.6 Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen (Änderungsraten):

- a) $f'(2)$ für die Funktion f in 12.1 b)
- b) $s'(4)$ für die Funktion s in 12.1 g)
- c) $f'(-1)$ für die Funktion f in 12.2 g)
- d) $P'(1)$ für die Funktion P in 12.5 d)

12.7 Bestimmen Sie die zweite und die dritte Ableitung der angegebenen Funktionen. Vereinfachen und faktorisieren Sie die höheren Ableitungen so weit wie möglich:

- a) Funktion f in 12.1 a)
- b) Funktion f in 12.2 g)
- c) Funktion f in 12.3 a)
- d) Funktion f in 12.4 c)

Hinweis:

- Sie haben bereits die erste Ableitung der entsprechenden Funktionen bestimmt.

12.8 Bestimmen Sie die angegebenen höheren Ableitungen:

- a) $f''(-1)$ für die Funktion f in 12.1 a)

Hinweis:

- Sie haben in 12.7 a) bereits $f'(x)$ bestimmt.

- b) $f'''(2)$ für die Funktion f in 12.4 c)

Hinweis:

- Sie haben in 12.7 d) bereits $f''(x)$ bestimmt.

12.9 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an. In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- a) Die dritte Ableitung einer Funktion ist eine ...

- ... konstante Funktion, falls die zweite Ableitung eine quadratische Funktion ist.
- ... quadratische Funktion, falls die zweite Ableitung eine lineare Funktion ist.
- ... lineare Funktion, falls die erste Ableitung eine quadratische Funktion ist.
- ... konstante Funktion, falls die erste Ableitung eine quadratische Funktion ist.

- b) Die Ableitung ...

- ... eines Produkts ist das Produkt der Ableitungen der einzelnen Faktoren.
- ... eines Produkts ist die Summe der Ableitungen der einzelnen Faktoren.
- ... einer Summe ist die Summe der Ableitungen der einzelnen Summanden.
- ... einer Konstanten ist die Konstante selbst.

- c) Für $f(x) = c \cdot g(x) \cdot h(x)$ gilt $f'(x) = \dots$

- ... 0
- ... $c \cdot g'(x) \cdot h'(x)$
- ... $c \cdot g(x) \cdot h'(x) + c \cdot g'(x) \cdot h(x)$
- ... $c \cdot g'(x) \cdot h'(x) + c \cdot g(x) \cdot h(x)$