

### Aufgaben 3      **Funktion** **Definitionsmenge, Zielmenge, Bildmenge, Graf**

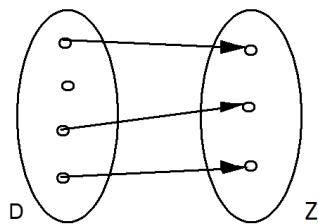
#### Lernziele

- verstehen, was eine Funktion ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Relation eine Funktion ist.
- die Definitionsmenge und die Bildmenge einer gegebenen Funktion bestimmen können.
- Funktionswerte einer gegebenen Funktion bestimmen können.

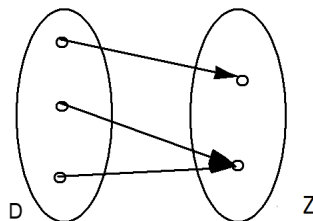
#### Aufgaben

3.1 Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Funktion ist.

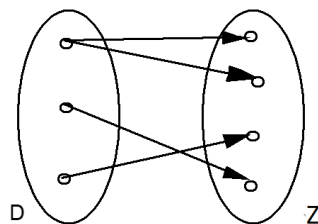
a)



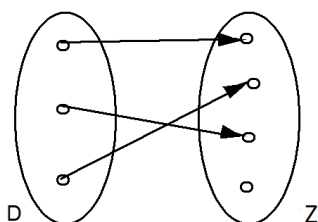
b)



c)



d)



- e) D = Menge aller Kurse im FHGR-Bachelor-Studium Digital Business Management  
Z = Menge aller FHGR-Lehrpersonen  
f:  $D \rightarrow Z, k \mapsto l = f(k) = \text{Lehrperson im Kurs } k$

- f)  $D = \{1992, 1993, \dots, 2001, 2002\}$   
 $Z =$  Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen  
 $f: D \rightarrow Z, j \mapsto m = f(j) =$  Mensch mit Jahrgang  $j$
- g)  $D =$  Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen  
 $Z = \{1992, 1993, \dots, 2001, 2002\}$   
 $f: D \rightarrow Z, m \mapsto j = f(m) =$  Jahrgang des Menschen  $m$
- h)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$
- i)  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) =$  Zahl, welche quadriert gleich  $x$  ergibt  
Hinweis:  
-  $\mathbb{R}^+$  ist die Menge aller positiven reellen Zahlen, d.h.  $\mathbb{R}^+ = \{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x > 0\}$ .
- j)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto b = f(t) =$  Bankkontostand zum Zeitpunkt  $t$

3.2 Bestimmen Sie die Bildmenge  $B$  der folgenden Funktionen:

- a)  $D = \{\text{Januar, Februar, März, \dots, Dezember}\}$   
 $Z = \{A, B, C, \dots, Z\}$   
 $f: D \rightarrow Z, m \mapsto b = f(m) =$  Anfangsbuchstabe des Monats  $m$
- b)  $D =$  Menge aller Nachbarländer der Schweiz  
 $Z =$  Menge aller europäischer Städte  
 $h: D \rightarrow Z, x \mapsto y = h(x) =$  Hauptstadt/-ort des Nachbarlandes  $x$
- c) Funktion  $f$  in der Aufgabe 3.1 g)
- d) Funktion  $f$  in der Aufgabe 3.1 h)

3.3 a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = x^3 - x$

Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

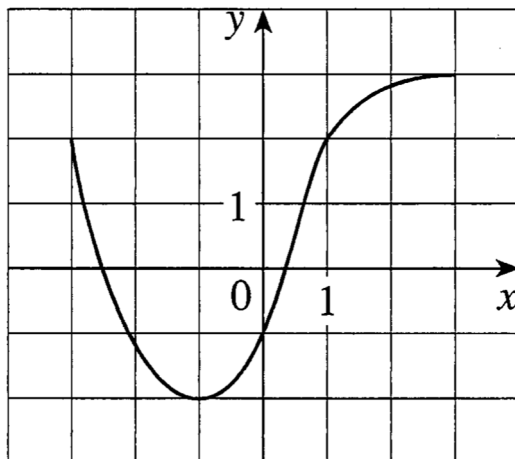
- i)  $f(1)$                       ii)  $f(-2)$                       iii)  $f(a)$   
iv)  $f(b^2)$                       v)  $f(a - b)$                       vi)  $f(x^3 - x)$
- b)  $g: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = \frac{x^2}{x+1}$

Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

- i)  $g(2)$                       ii)  $g(-3)$                       iii)  $g(a)$   
iv)  $g(b^2)$                       v)  $g(a - b)$                       vi)  $g\left(\frac{x^2}{x+1}\right)$

3.4 (siehe nächste Seite)

3.4 Gegeben ist der Graf einer Funktion f:



- Geben Sie den Funktionswert  $f(-1)$  an.
- Schätzen Sie den Funktionswert  $f(2)$  ab.
- Für welche Werte von  $x$  ist  $f(x) = 2$ ?
- Schätzen Sie alle Werte für  $x$  ab, so dass gilt:  $f(x) = 0$ .
- Geben Sie den Definitionsbereich (d.h. die Definitionsmenge)  $D$  von  $f$  an.
- Geben Sie den Wertebereich (d.h. die Bildmenge)  $B$  von  $f$  an.

3.5 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an. In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- Der Wertebereich (d.h. die Bildmenge)  $B$  der Funktion  $f: \{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq 4\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = \sqrt{x - 4}$ , ist die Menge ...
  - ...  $\{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq 4\}$
  - ...  $\{y: y \in \mathbb{R} \text{ und } y \geq 4\}$
  - ...  $\mathbb{R}$
  - ...  $\mathbb{R}_0^+$
- $f$  kann keine Funktion sein, falls ...
  - ... die Definitionsmenge von  $f$  keine Zahlenmenge ist.
  - ... die Zielmenge von  $f$  mehr Elemente enthält als die Definitionsmenge von  $f$ .
  - ... die Definitionsmenge von  $f$  mehr Elemente enthält als die Zielmenge von  $f$ .
  - ... mindestens ein Element der Definitionsmenge mehr als ein Bildelement hat.
- Wenn bei einer Funktion die Bildmenge gleich viele Elemente enthält wie die Definitionsmenge, dann kann man folgern, dass ...
  - ... die Bildmenge die gleiche Menge ist wie die Definitionsmenge.
  - ... die Zielmenge gleich viele Elemente enthält wie die Definitionsmenge.
  - ... jedes Element der Zielmenge auch ein Element der Bildmenge ist.
  - ... kein Element der Bildmenge mehr als einem Element der Definitionsmenge zugeordnet wird.