

## Aufgaben 8                    Exponentialfunktion und -gleichungen Zinseszins, Exponentialfunktion

### Lernziele

- Zinseszinsberechnungen ausführen können.
- eine Exponentialfunktion bei vorgegebener Funktionsgleichung grafisch darstellen können.
- die Funktionsgleichung einer Exponentialfunktion aus zwei Punkten, die auf dem Grafen der Funktion liegen, bestimmen können.
- angewandte Problemstellungen mit Hilfe der Exponentialfunktion bearbeiten können.

### Aufgaben

#### Zinseszins

- 8.1 Ein Anfangskapital  $K_0$  ist zum Zinssatz  $i$  mit Zinseszins angelegt.
- Das Anfangskapital sei  $K_0 = 1000.00$  CHF und der Zinssatz  $i = 2\%$ . Bestimmen Sie das Kapital nach einem, zwei, drei, vier und fünf Zinsperioden.
  - Versuchen Sie, eine Formel herzuleiten, die es Ihnen erlaubt, das Kapital  $K_n$  nach  $n$  Zinsperioden zu berechnen für beliebige Werte von  $K_0$ ,  $i$  und  $n$ .
  - Lösen Sie die Formel, die Sie in b) hergeleitet haben, nach  $K_0$  und  $i$ .
- 8.2 Welches ist das zukünftige Kapital, wenn 8000 CHF 10 Jahre lang bei jährlicher Verzinsung mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 12% investiert werden?
- 8.3 Welches Anfangskapital beträgt nach 10 Jahren 10'000 CHF, wenn es bei jährlicher Verzinsung mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 6% angelegt wird?
- 8.4 Zu welchem Jahreszinssatz müssten 10'000 CHF bei jährlicher Verzinsung mit Zinseszins angelegt werden, damit das Kapital nach 7 Jahren 14'000 CHF betragen würde?
- 8.5 Frau Schmid möchte 150'000 CHF 5 Jahre lang anlegen. Die Bank A offeriert ihr bei jährlicher Verzinsung mit Zinseszins einen Jahreszinssatz von 6.5%. Die Bank B bietet an, nach 5 Jahren 200'000 CHF auszuzahlen. Welche Bank macht das bessere Angebot?
- 8.6 Maria Stähli investierte 2500 CHF in eine 36-Monate-Anlage bei jährlicher **einfacher Verzinsung** zu einem Jahreszinssatz von 8.5%. Als die Anlage auslief, investierte sie die ganze Summe in einen Fond, der bei jährlicher Verzinsung mit **Zinseszins** einem jährlichen Wachstum von 18% entsprach. Wieviel war dieser Fond nach 9 Jahren wert?
- 8.7 Ein Kapital wird 4 Jahre lang zu 4% und 3 weitere Jahre lang zu 6% angelegt, jeweils bei jährlicher Verzinsung mit Zinseszins. Am Ende beträgt das Kapital 72'000 CHF.
- Bestimmen Sie das Anfangskapital.
  - Wie hoch ist der durchschnittliche Zinssatz bezüglich der ganzen Zeitperiode?
- 8.8 (siehe nächste Seite)

- 8.8 Ein unbekanntes Anfangskapital wird bei jährlicher Verzinsung mit Zinseszins zu einem unbekanntem Jahreszinssatz angelegt. Nach zwei Jahren beträgt das Kapital 5'891.74 CHF (gerundet) und nach 5 weiteren Jahren 6'997.54 CHF (gerundet). Bestimmen Sie sowohl das Anfangskapital (auf 100 CHF gerundet) als auch den Jahreszinssatz (auf 0.1% gerundet).
- 8.9 Ein Kapital wird bei jährlicher Verzinsung mit Zinseszins angelegt. Bei welchem Jahreszinssatz verdoppelt sich das Kapital in 20 Jahren?
- 8.10 Was ist der zukünftige Wert, wenn 3200 CHF 5 Jahre lang bei vierteljährlicher Verzinsung mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 8% angelegt werden?
- 8.11 Welchen Geldbetrag müssen Eltern auf ein Konto einzahlen, welches monatlich mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 10% verzinst wird, damit das Geld für die Ausbildung ihres Sohnes in 18 Jahren auf 40'000 CHF anwächst?
- 8.12 Ein bestimmtes Kapital wird mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 6% angelegt. Um wieviel Prozent wächst das Kapital in einem Jahr bei ...
- ... jährlicher Verzinsung?
  - ... halbjährlicher Verzinsung?
  - ... vierteljährlicher Verzinsung?
  - ... monatlicher Verzinsung?
  - ... täglicher Verzinsung (1 Jahr = 360 Tage)?

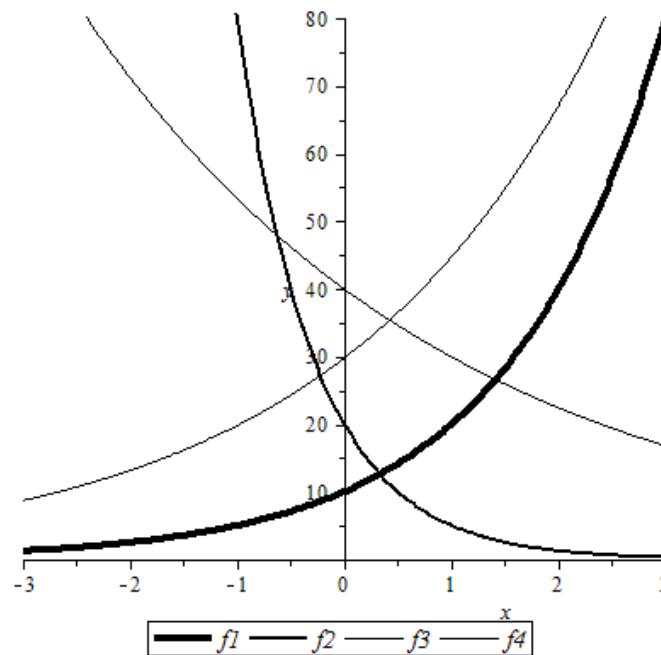
### Exponentialfunktion

- 8.13 Betrachten Sie die folgende Exponentialfunktion:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto y = f(x) = 2^x \end{aligned}$$

- Erstellen Sie eine Wertetabelle von  $f$  für das Intervall  $-3 \leq x \leq 3$ .
  - Zeichnen Sie den Grafen von  $f$  im Intervall  $-3 \leq x \leq 3$  in ein kartesisches Koordinatensystem.
- 8.14 Skizzieren Sie die Grafen der folgenden Exponentialfunktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem:
- $$\begin{aligned} f_1: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto y = f_1(x) = 2^x \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} f_2: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto y = f_2(x) = 0.2^x \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} f_3: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto y = f_3(x) = 3 \cdot 0.5^x \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} f_4: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto y = f_4(x) = -2 \cdot 3^x \end{aligned}$$
- 8.15 (siehe nächste Seite)

8.15 Betrachten Sie die Grafen der Exponentialfunktionen  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  und  $f_4$ :



Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen der vier Funktionen, d.h.  $y = f(x) = \dots$

8.16 Der Graf einer Exponentialfunktion enthält die Punkte P und Q.  
 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Exponentialfunktion.

- a) P(1|12)                  Q(3|192)
- b) P(0|1.02)                Q(1|1.0302)
- c) P(5|16)                  Q(9| $\frac{1}{16}$ )

8.17 Der Wert einer Wohnung, welche vor 20 Jahren 160'000 CHF gekostet hat, ist aufgrund der Marktsituation jedes Jahr um 4% gestiegen. Wieviel kostet die Wohnung heute?

8.18 Der Wert einer Maschine wird auf 10'000 CHF geschätzt. Die Entwertung beträgt jährlich 20%. Bestimmen Sie den Wert der Maschine nach 4 Jahren.

8.19 Die Grösse einer bestimmten Bakterienkultur wächst exponentiell. Um 8 Uhr betrug die Anzahl Bakterien 2'300, um 11 Uhr 18'400. Bestimmen Sie die Anzahl Bakterien um 13:30 Uhr.

8.20 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an. In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- a) Bei einer Anlage mit Zinseszins ...
  - ... ist der Graf, der das Wachstum des Kapitals darstellt, eine Parabel.
  - ... hängt der Zins, welcher am Ende jeder Zinsperiode bezahlt wird, nur vom Zinssatz ab.
  - ... hängt der Zinssatz vom Kapital in der vorangehenden Periode ab.
  - ... wächst das Kapital exponentiell.
- b) (siehe nächste Seite)

- b) Der Graf einer Exponentialfunktion ...
- ... ist eine Parabel.
  - ... ist eine Hyperbel.
  - ... schneidet die y-Achse nie.
  - ... berührt die x-Achse nie.
- c) Wenn eine Grösse im zeitlichen Verlauf exponentiell wächst, dann ...
- ... wächst der Wachstumsfaktor selbst.
  - ... hängt der Wachstumsfaktor vom Anfangswert ab.
  - ... verdoppelt sich die Grösse in einem Jahr, falls der jährliche Wachstumsfaktor 100% ist.
  - ... verdoppelt sich die Grösse in konstanten Zeitintervallen.