

Prüfung Mathematik 1 A / BG / 5.2.2016

Name: Punkte: Note:

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel: - Taschenrechner (mit leerem Speicher)
- 4 A4-Seiten selbstverfasste handgeschriebene Zusammenfassung

Bemerkungen: - Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg vollständig, übersichtlich und verständlich dokumentiert werden.
- Die Aufgaben sind (mit Ausnahme der Aufgabe 3a) auf den beiliegenden leeren Blättern zu bearbeiten.
- Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.

1. Bestimmen Sie die 1. Ableitung der folgenden Funktionen:

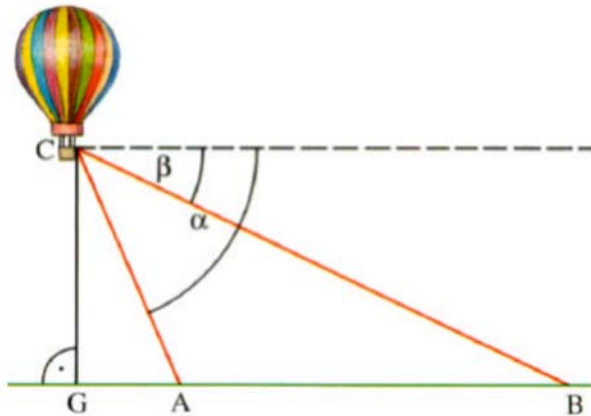
a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 2$

b) $f(x) = \frac{2 \sin(x)}{x^2 - 1}$

c) $P(v) = av^2 \cdot e^{-bv^2}$ (v ist die Variable, a und b sind Konstanten.)

5 Punkte

2. Ein Heissluftballon (Punkt C) schwebt 432 m senkrecht über dem Punkt G. Die Punkte A und B erscheinen unter den Tiefenwinkeln $\alpha = 66^\circ$ und $\beta = 24^\circ$.



Bestimmen Sie den Abstand der beiden Punkte A und B.

5 Punkte

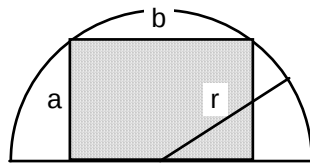
3. Ein junger Architekt denkt über eine Investitions-Strategie nach, die sich über 20 Jahre erstrecken soll:

Angenommen, der Architekt zahlt 10 Jahre lang am Ende jedes Monats einen bestimmten Betrag ein. Dann lässt er 5 Jahre lang das Geld auf dem Konto liegen, ohne jegliche Zahlungen und Abhebungen. Anschliessend hebt er während weiteren 5 Jahren am Ende jedes Monats CHF 3000 ab, bis sich kein Geld mehr auf dem Konto befindet.

Welche Rate muss er während der ersten 10 Jahre am Ende jedes Monats einzahlen, wenn das Geld während der ganzen 20 Jahre monatlich zu einem nominellen Jahreszinssatz von 1% verzinst wird?

5 Punkte

4. Bei einer gestalterischen Problemstellung soll einem Halbkreis mit vorgegebenem Radius r ein Rechteck einbeschrieben werden. Eine Rechteckseite soll also auf dem Durchmesser des Kreises und die gegenüberliegenden Eckpunkte sollen auf dem Halbkreis liegen:



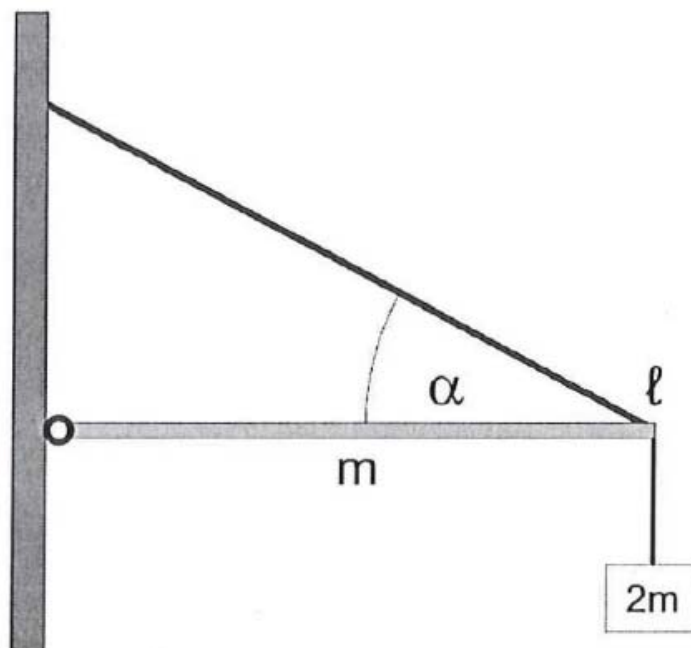
Bestimmen Sie die Abmessungen a und b des Rechtecks (ausgedrückt durch r), damit der Flächeninhalt A des Rechtecks maximal wird.

Hinweis:

- Es ist einfacher, das Quadrat A^2 des Flächeninhaltes statt den Flächeninhalt A selbst zu maximieren. Dies ist erlaubt, weil eine positive Grösse genau dann maximal ist, wenn auch das Quadrat der Grösse maximal ist.

5 Punkte

5. Ein homogener Balken (Länge ℓ , Masse m) ist mit einem Scharnier drehbar an einer senkrechten Wand fixiert. An seinem freien Ende wird er durch einen angehängten Körper (Masse $2m$) belastet. Ein Seil, das schräg vom Balken zur Wand gespannt ist, stabilisiert den Balken horizontal. Der Befestigungspunkt befindet sich am Balkenende, und das Seil bildet den Winkel α zur Horizontalen:



- Zeichnen Sie direkt in die oben stehende Grafik auf diesem Blatt alle am Balken angreifenden Kräfte korrekt ein. Achten Sie bei jeder Kraft auf deren Angriffspunkt und deren Richtung. Die Länge eines gezeichneten Kraftpfeils muss nicht proportional zum Betrag der entsprechenden Kraft sein. Zeichnen Sie keine Kräfte ein, die nicht am Balken angreifen.
- Bestimmen Sie den Betrag der Kraft, mit der das schräge Seil am freien Ende des Balkens angreift. Drücken Sie das Ergebnis allgemein algebraisch durch die als bekannt angenommenen Grössen m , g (Gravitationsfeldstärke), ℓ und α aus.

5 Punkte