Integral-Substitutions-Tabelle

Quelle: Lothar Papula, Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 1, Vieweg, Wiesbaden 2009, ISBN 978-3-8348-0545-4, Tabelle Seite 456

Integraltyp	Substitution	Beispiele	Substitution
(A) $\int f(ax + b) dx$ <i>Merkmal:</i> Die Variable x tritt in der linearen Form $ax + b$ auf ($a \neq 0$)	$u = ax + b$ $dx = \frac{du}{a}$	1. $\int (2x - 3)^6 dx$	$u = 2x - 3$
		2. $\int \sqrt{4x + 5} dx$	$u = 4x + 5$
		3. $\int e^{4x+2} dx$	$u = 4x + 2$
(B) $\int f(x) \cdot f'(x) dx$ <i>Merkmal:</i> Der Integrand ist das Produkt aus einer Funktion $f(x)$ und ihrer Ableitung $f'(x)$	$u = f(x)$ $dx = \frac{du}{f'(x)}$	1. $\int \sin x \cdot \cos x dx$	$u = \sin x$
		2. $\int \frac{\ln x}{x} dx$	$u = \ln x$
(C) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$ <i>Merkmal:</i> Im Zähler steht die Ableitung des Nenners	$u = f(x)$ $dx = \frac{du}{f'(x)}$	1. $\int \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 1} dx$	$u = x^2 - 3x + 1$
		2. $\int \frac{e^x}{e^x + 5} dx$	$u = e^x + 5$
(D) $\int f(x; \sqrt{a^2 - x^2}) dx$ <i>Merkmal:</i> Der Integrand enthält eine Wurzel vom Typ $\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \cdot \sin u$ $dx = a \cdot \cos u du$ $\sqrt{a^2 - x^2} = a \cdot \cos u$	1. $\int \sqrt{r^2 - x^2} dx$	$x = r \cdot \sin u$
		2. $\int x \sqrt{r^2 - x^2} dx$	$x = r \cdot \sin u$
		3. $\int \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} dx$	$x = 2 \cdot \sin u$
(E) $\int f(x; \sqrt{x^2 + a^2}) dx$ <i>Merkmal:</i> Der Integrand enthält eine Wurzel vom Typ $\sqrt{x^2 + a^2}$	$x = a \cdot \sinh u$ $dx = a \cdot \cosh u du$ $\sqrt{x^2 + a^2} = a \cdot \cosh u$	1. $\int \sqrt{x^2 + 1} dx$	$x = \sinh u$
		2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4}}$	$x = 2 \cdot \sinh u$
(F) $\int f(x; \sqrt{x^2 - a^2}) dx$ <i>Merkmal:</i> Der Integrand enthält eine Wurzel vom Typ $\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = a \cdot \cosh u$ $dx = a \cdot \sinh u du$ $\sqrt{x^2 - a^2} = a \cdot \sinh u$	1. $\int \sqrt{x^2 - 9} dx$	$x = 3 \cdot \cosh u$
		2. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 25}} dx$	$x = 5 \cdot \cosh u$