

Aufgaben-Hinweise Schwingungslehre (Skriptum, Abschnitt 6.5, Seite 44)

1. Schwingungsdauer $T = 1$ s
Frequenz $f = 1$ Hz
Gravitationsfeldstärke $g = 9.81$ N/kg

2. b) Es ist zu beurteilen, ob die Abklingkonstante δ grösser, gleich gross oder kleiner als die Eigenkreisfrequenz ω_0 des ungedämpften Pendels ist.
d) Die Bedingung $x(0 \text{ s}) = 0.6$ m muss in die in c) bestimmte Schwingungsgleichung $x = \dots$ eingesetzt werden. Dies führt auf die Gleichung
$$A \cdot \sin(\varphi) = 0.6 \text{ m} \quad (\text{I})$$

Für die Bedingung $\dot{x}(0 \text{ s}) = 0$ m/s muss die in c) bestimmte Schwingungsgleichung $x = \dots$ zuerst abgeleitet werden. Man erhält $\dot{x} = A e^{-4/s \cdot t} \left(-\frac{4}{s} \sin\left(\frac{3}{s}t + \varphi\right) + \frac{3}{s} \cos\left(\frac{3}{s}t + \varphi\right) \right)$. Setzt man die Bedingung $\dot{x}(0 \text{ s}) = 0$ m/s ein, erhält man die Gleichung
$$A \left(-\frac{4}{s} \sin(\varphi) + \frac{3}{s} \cos(\varphi) \right) = 0 \text{ m/s} \quad (\text{II})$$

Die beiden Gleichungen (I) und (II) bilden ein Gleichungssystem für die unbekannt Grössen A und φ .
Die Gleichung (II) lässt sich über den $\tan(\varphi)$ nach φ lösen.

3. Zur Bestimmung der Abklingkonstante δ muss man den exponentiellen Abfall der Amplitude betrachten. Aus der Schwingungsgleichung ist ersichtlich, dass die Amplitude $A \cdot e^{-\delta t}$ beträgt.
Während der ersten vollen Schwingung fällt die Amplitude gemäss Skizze von 1.7 cm ($t = 0$ s) auf 0.9 cm ($t = 3.2$ s) ab. Es gilt also $A \cdot e^{-\delta \cdot 0 \text{ s}} = A = 1.7$ cm und $A \cdot e^{-\delta \cdot 3.2 \text{ s}} = 0.9$ cm
Durch Logarithmieren lässt sich die Abklingkonstante δ bestimmen.
Mit den für A , T , ω , δ und ω_0 ermittelten Werten ergibt sich die folgende Schwingungsgleichung:
$$x = 1.7 \text{ cm} \cdot e^{-0.199/s \cdot t} \cdot \cos(1.96/s \cdot t)$$

4. Aus den Grössen m , D und β können die Eigenkreisfrequenz ω_0 und die Abklingkonstante δ ermittelt werden.
Für die Resonanzfrequenz gilt $\omega_{\text{res}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$

5. Im aperiodischen Grenzfall muss gelten: $\delta = \omega_0$
Sowohl δ als auch ω_0 hängen von der Pendelmasse m ab.