

## Zusatz-Aufgaben 6 Funktion

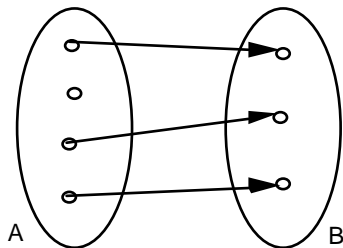
### Lernziele

- verstehen, was eine Funktion ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Zuordnung eine Funktion ist oder nicht.
- die Funktionsvorschrift einer Funktion korrekt formulieren können.
- eine Funktion in einem Pfeildiagramm, in einer Tabelle darstellen können.
- den Bildbereich einer gegebenen Funktion bestimmen können.
- Funktionswerte einer gegebenen Funktion bestimmen können.
- aus dem Grafen einer gegebenen Funktion den Definitionsbereich der Funktion herauslesen können.

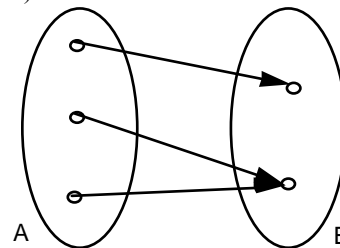
### Aufgaben

6.1 Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Funktion  $A \rightarrow B$  ist:

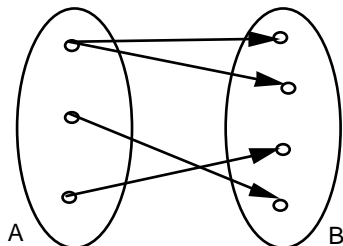
a)



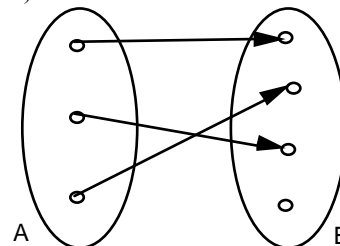
b)



c)



d)



- e)  $A =$  Menge aller Häuser,  $B =$  Menge aller Architekten/-innen  
 $f: A \rightarrow B, h \mapsto a = f(h) =$  Architekt/-in von  $h$
- f)  $A =$  Menge aller Vereine in der Schweiz,  $B =$  Menge aller Schweizer/-innen  
 $p: A \rightarrow B, x \mapsto y = p(x) =$  Präsident/-in von  $x$
- g)  $A = \{1986, 1987, \dots, 1995, 1996\}$   
 $B =$  Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen  
 $f: A \rightarrow B, j \mapsto m = f(j) =$  Mensch mit Jahrgang  $j$
- h)  $A =$  Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen  
 $B = \{1986, 1987, \dots, 1995, 1996\}$   
 $j: A \rightarrow B, m \mapsto j = j(m) =$  Jahrgang von Mensch  $m$
- i)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$
- j)  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) =$  Zahl, welche quadriert gleich  $x$  ergibt

6.2 Gegeben sind die Mengen A und B.

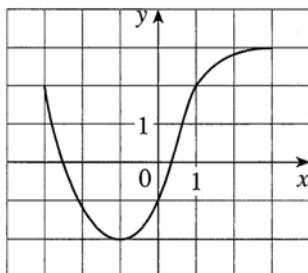
Machen Sie einen Vorschlag für eine Funktion  $A \rightarrow B$ .

- i) Geben Sie die Funktionsvorschrift an.
  - ii) Stellen Sie die Funktion in einem Pfeildiagramm dar.
  - iii) Stellen Sie die Funktion in einer Tabelle dar.
- a)  $A =$  Menge aller Tage des Jahres 2016  
 $B = \mathbb{N}$
  - b)  $A =$  Menge aller Schweizer Firmen  
 $B =$  Menge aller Schweizer Kantone
  - c)  $A =$  Menge aller Vierecke  
 $B =$  Menge aller Dreiecke
  - d)  $A = \{-3, 1, 4, 7, 11, 14\}$   
 $B = \{-6, 2, 8, 14, 22, 28\}$
  - e)  $A = \mathbb{R}^-$   
 $B = \mathbb{R}^+$

6.3 Bestimmen Sie den Bildbereich W der folgenden Funktionen:

- a)  $A = \{\text{Januar, Februar, März, ..., Dezember}\}$   
 $B = \{A, B, C, \dots, Z\}$   
 $f: A \rightarrow B, m \mapsto b = f(m) =$  Anfangsbuchstabe des Monats  $m$
- b)  $A =$  Menge aller Nachbarländer der Schweiz  
 $B =$  Menge aller europäischen Städte  
 $h: A \rightarrow B, n \mapsto s = h(n) =$  Hauptstadt des Nachbarlandes  $n$
- c)  $A = \mathbb{R}$   
 $B = \mathbb{R}_0^+$   
 $b: A \rightarrow B, x \mapsto y = b(x) = |x|$
- d) Funktion  $f$  aus Aufgabe 6.1 h)
- e) Funktion  $f$  aus Aufgabe 6.1 i)

6.4 Gegeben ist der vollständige Graf einer Funktion  $f$ :



- a) Geben Sie den Funktionswert  $f(-1)$  an.
- b) Schätzen Sie den Funktionswert  $f(2)$  ab.
- c) Geben Sie die Werte von  $x$  an, für welche  $f(x) = 2$  gilt.
- d) Schätzen Sie die Werte von  $x$  ab, für welche  $f(x) = 0$  gilt.
- e) Geben Sie den Definitionsbereich  $D$  von  $f$  an.
- f) Geben Sie den Bildbereich  $W$  von  $f$  an.

6.5 a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = x^3 - x$

Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

- |     |          |     |            |      |              |
|-----|----------|-----|------------|------|--------------|
| i)  | $f(1)$   | ii) | $f(-2)$    | iii) | $f(a)$       |
| iv) | $f(b^2)$ | v)  | $f(a - b)$ | vi)  | $f(x^3 - x)$ |

b)  $g: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = \frac{x^2}{x+1}$

Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

- |     |          |     |            |      |                                 |
|-----|----------|-----|------------|------|---------------------------------|
| i)  | $g(2)$   | ii) | $g(-3)$    | iii) | $g(a)$                          |
| iv) | $g(b^2)$ | v)  | $g(a - b)$ | vi)  | $g\left(\frac{x^2}{x+1}\right)$ |

## Lösungen

- 6.1
- a) keine Funktion  
Einem Element in A wird kein Element aus B zugeordnet.
  - b) Funktion
  - c) keine Funktion  
Einem Element aus A wird mehr als ein Element aus B zugeordnet.
  - d) Funktion
  - e) keine Funktion  
Elementen aus A wird kein oder mehr als ein Element aus B zugeordnet.
  - f) keine Funktion  
Elementen aus A wird kein Element aus B zugeordnet.
  - g) keine Funktion  
Elementen aus A werden mehr als ein Element aus B zugeordnet.
  - h) Funktion
  - i) Funktion
  - j) keine Funktion  
Jedem Element aus A werden zwei Elemente aus B zugeordnet.
- 6.2
- a)
    - i)  $g: A \rightarrow B, d \mapsto n = g(d) = \text{Anzahl neugeborener Kinder in der Schweiz am Tag } d$
    - ii) ...
    - iii) ...
  - b)
    - i)  $s: A \rightarrow B, f \mapsto k = s(f) = \text{Kanton, in welchem die Firma } f \text{ ihren Sitz hat}$
    - ii) ...
    - iii) ...
  - c)
    - i)  $f: A \rightarrow B, v \mapsto d = f(v) = \text{gleichseitiges Dreieck mit gleichem Flächeninhalt wie } v$
    - ii) ...
    - iii) ...
  - d)
    - i)  $d: A \rightarrow B, x \mapsto y = d(x) = 2x$
    - ii) ...
    - iii) ...
  - e)
    - i)  $v: A \rightarrow B, x \mapsto y = v(x) = -x$
    - ii) ...
    - iii) ...
- 6.3
- a)  $W = \{A, D, F, J, M, N, O, S\}$
  - b)  $W = \{\text{Berlin, Wien, Vaduz, Rom, Paris}\}$
  - c)  $W = B$
  - d)  $W = B$
  - e)  $W = \mathbb{R}_0^+$
- 6.4
- a)  $f(-1) = -2$
  - b)  $f(2) \approx 2.8$
  - c)  $x_1 = -3, x_2 = 1$
  - d)  $x_1 \approx -2.5, x_2 \approx 0.3$
  - e)  $D = \{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } -3 \leq x \leq 3\} = [-3, 3]$

f)  $W = \{y: y \in \mathbb{R} \text{ und } -2 \leq y \leq 3\} = [-2,3]$

6.5 a) i)  $f(1) = 1^3 - 1 = 0$   
ii)  $f(-2) = (-2)^3 - (-2) = -6$   
iii)  $f(a) = a^3 - a$   
iv)  $f(b^2) = (b^2)^3 - b^2 = b^6 - b^2$   
v)  $f(a - b) = (a - b)^3 - (a - b) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - a + b$   
vi)  $f(x^3 - x) = (x^3 - x)^3 - (x^3 - x) = x^9 - 3x^7 + 3x^5 - 2x^3 + x$

b) i)  $g(2) = \frac{2^2}{2+1} = \frac{4}{3}$   
ii)  $g(-3) = \frac{(-3)^2}{-3+1} = -\frac{9}{2}$   
iii)  $g(a) = \frac{a^2}{a+1}$   
iv)  $g(b^2) = \frac{(b^2)^2}{b^2+1} = \frac{b^4}{b^2+1}$   
v)  $g(a - b) = \frac{(a - b)^2}{(a - b) + 1} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a - b + 1}$   
vi)  $g\left(\frac{x^2}{x+1}\right) = \frac{\left(\frac{x^2}{x+1}\right)^2}{\left(\frac{x^2}{x+1}\right) + 1} = \frac{x^4}{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}$