

Zusatz-Aufgaben 4 Grundlagen der Statik Vektorprodukt

Lernziele

- wissen und verstehen, wie das Vektorprodukt zweier Vektoren definiert ist.
- den Betrag und die Richtung des Vektorproduktes zweier Vektoren geometrisch aus deren Beträgen und Richtungen bestimmen können.
- den Betrag des Vektorproduktes zweier Vektoren aus deren Beträgen und Zwischenwinkel berechnen können.

Aufgaben

4.1 Gegeben sind die beiden Vektoren \vec{a} und \vec{b} . Bearbeiten Sie jeweils die folgenden Teilaufgaben:

- Zeichnen Sie die beiden Vektoren \vec{a} und \vec{b} in ein kartesisches Koordinatensystem ein.
- Zeichnen Sie das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ mit richtiger Richtung und richtigem Betrag ein.
- Geben Sie das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ in der Form $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ an.

a)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	b)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
c)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	d)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
e)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	f)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
g)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$	h)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
i)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	j)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
k)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	l)	$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

4.2 Gegeben sind die Beträge $|\vec{a}|$ und $|\vec{b}|$ der beiden Vektoren \vec{a} und \vec{b} sowie der Winkel φ zwischen \vec{a} und \vec{b} . Bestimmen Sie den Betrag $|\vec{a} \times \vec{b}|$ des Vektorproduktes $\vec{a} \times \vec{b}$.

a)	$ \vec{a} = 2$	$ \vec{b} = 2$	$\varphi = 90^\circ$
b)	$ \vec{a} = 3$	$ \vec{b} = 4$	$\varphi = 0^\circ$
c)	$ \vec{a} = 1$	$ \vec{b} = 2$	$\varphi = 30^\circ$
d)	$ \vec{a} = 2$	$ \vec{b} = 1$	$\varphi = 120^\circ$
e)	$ \vec{a} = 3$	$ \vec{b} = 2$	$\varphi = 180^\circ$

4.3 (siehe nächste Seite)

- 4.3 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

Das Vektorprodukt zweier Vektoren ...

	wahr	falsch
a) ... ist immer ein Vektor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) ... ist der Nullvektor, falls die beiden Vektoren senkrecht aufeinander stehen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) ... besitzt einen Betrag, der höchstens gleich eins ist, falls die beiden Vektoren Einheitsvektoren sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) ... ist gleich dem Produkt der Beträge beider Vektoren mal der Sinus des Zwischenwinkels.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) ... ist unabhängig davon, in welcher Reihenfolge man die beiden Vektoren multipliziert, d.h. es gilt $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Lösungen

4.1 a) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ d) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

e) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ f) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

g) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ h) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

i) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ j) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

k) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ l) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$

4.2 a) $|\vec{a} \times \vec{b}| = 4$

b) $|\vec{a} \times \vec{b}| = 0$

c) $|\vec{a} \times \vec{b}| = 1$

d) $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{3}$

e) $|\vec{a} \times \vec{b}| = 0$

- 4.3 a) wahr
- b) falsch
- c) wahr
- d) falsch
- e) falsch