Zusatz-Aufgaben 3 Grundlagen der Statik
Zusammensetzen/Zerlegen von Kräften, Einzeichnen aller Kräfte

Lernziele

- eine Kraft in Komponenten vorgegebener Richtungen zerlegen können.
- die resultierende Kraft aller an einem Körper angreifenden Kräfte bestimmen können.
- die an einem Körper angreifenden Kräfte erkennen und korrekt einzeichnen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten können.

Aufgaben

3.1

Gegeben sind zwei Kräfte mit den Beträgen $|\vec{F}_1| = 30\,\text{N}$ und $|\vec{F}_2| = 12\,\text{N}$. Sie schliessen den Winkel von $30°$ ein.

(a) Legen Sie ein passendes Koordinatensystem über diese Kräfte und berechnen Sie die Komponenten der beiden Kräfte im gewählten Koordinatensystem.

(b) Berechnen Sie die Komponenten der Summenkraft $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, sowie den Betrag $|\vec{F}|$ und den Winkel φ zwischen der Summenkraft und der x-Achse.

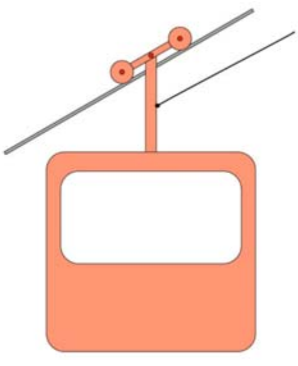
3.2

(a) Auf einen Massenpunkt wirkt die Kraft $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -3\,\text{N} \\ 4\,\text{N} \end{pmatrix}$ und beschleunigt ihn in Kraftrichtung. Gewünscht wäre aber eine Kraft $\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 2\,\text{N} \\ -1\,\text{N} \end{pmatrix}$, damit der Massenpunkt in die richtige Richtung beschleunigt würde. Die Kraft $\vec{F}_1$ kann man leider nicht aus der Welt schaffen. Mann könnte aber eine weitere Kraft $\vec{F}_3$ am Massenpunkt angreifen lassen, um die gewünschte Wirkung zu erzielen. Berechnen Sie die Komponenten dieser Korrekturkraft $\vec{F}_3$.

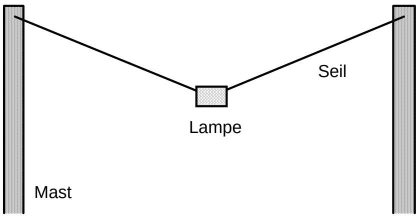
(b) Berechnen Sie den Betrag der in (a) gegebenen Kraft $\vec{F}_1$ sowie den Winkel φ, den $\vec{F}_1$ mit der x-Achse einschliesst.

3.3

Eine Seilbahnkabine hängt an einem unter dem Winkel von 30° geneigten Tragseil und hat über 2 Rollen zu diesem den Kontakt. Die Kabine befindet sich gerade im Stillstand, da die Fahrt gestoppt wurde. Sie wird durch das bergwärts geführte Zugseil gehalten.
Zeichnen Sie alle am rot dargestellten Körper angreifenden Kräfte ein. Achten sie dabei darauf, dass die Kraftgrössen im Verhältnis aufeinander abgestimmt sind (Augenmass).
Beachten Sie auch die Angriffspunkte der Kräfte.



3.4 Eine Strassenlampe ist an zwei gleich langen Drahtseilen zwischen zwei Masten aufgehängt:



a) Skizzieren Sie die Situation auf ein neues Blatt, und zeichnen Sie alle an der Lampe angreifenden Kräfte ein. Die Längen der gezeichneten Kraftpfeile sollen proportional zu den Beträgen der Kräfte sein.

b) Man möchte nun wissen, wie lange ein einzelnes Drahtseil mindestens sein muss, damit der Betrag der Kraft, mit der das Seil an der Lampe zieht, einen maximalen Wert F_{max} nicht überschreitet. Bekannt seien der Abstand der beiden Masten, die Masse der Lampe sowie die maximal zulässige Kraft F_{max}.

i) Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte minimale Seillänge als Unbekannte enthält.

ii) Lösen Sie das Gleichungssystem nach der gesuchten Seillänge auf.
Drücken Sie also die gesuchte Seillänge in Abhängigkeit der bekannten Grössen aus.

Hinweise:
- Zeichnen Sie in die Skizze, die Sie in a) erstellt haben, zwei zueinander ähnliche, rechtwinklige Dreiecke ein: Die Dreiecksseiten des einen Dreiecks sind Beträge von Kräften, die an der Lampe angreifen. Die Dreiecksseiten des anderen Dreiecks sind geometrische Längen (Seillänge, halber Abstand der Masten, Durchhang der Lampe).
- Mit Hilfe eines Ähnlichkeits- oder Strahlensatzes (vgl. Geometrie) kann eine Beziehung zwischen Kraftbeträgen und geometrischen Längen formuliert werden.
- Mit dem Satz von Pythagoras kann eine weitere Beziehung zwischen geometrischen Längen formuliert werden.
- Die so formulierten Beziehungen sind Gleichungen des in i) gesuchten Gleichungssystems.

Lösungen

3.1

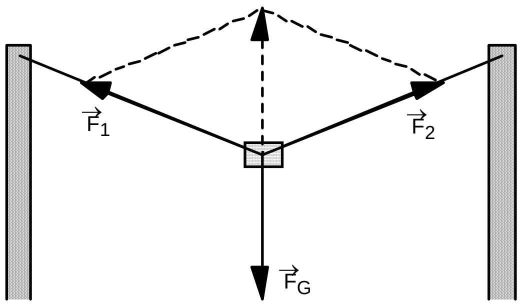
(a) $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 30\,\text{N} \\ 0\,\text{N} \end{pmatrix}$, $\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 10.4\,\text{N} \\ 6\,\text{N} \end{pmatrix}$ (b) $|\vec{F}| = 40.8\,\text{N}$, $\varphi = 8.4°$

3.2

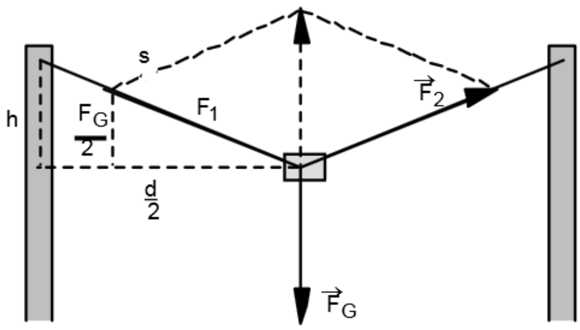
(a) $\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 5\,\text{N} \\ -5\,\text{N} \end{pmatrix}$, (b) $|\vec{F}_1| = 5\,\text{N}$, $\varphi = 126.9°$

3.3 Gewichtskraft, Zugkraft (Zugseil), 2 Tragkräfte (Tragseil - Rollen)

3.4 a) An der Lampe greifen drei Kräfte an: die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ sowie die beiden betragsmässig gleich grossen Seilkräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$.
Der in der folgenden Abbildung eingezeichnete gestrichelte Pfeil stellt die Summe $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ dar, welche betragsmässig gleich gross ist wie der Betrag von $\vec{F}_G$.



b)



i) $\dfrac{\frac{F_G}{2}}{F_1} = \dfrac{h}{s}$ (2. Strahlensatz)

$F_1 = F_{max}$

$F_G = m \cdot g$

$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 = s^2$

- 4 Gleichungen
- 4 Unbekannte: h, s, F_G, F_1
- Bekannte: F_{max}, m, g, d

ii) $s = \dfrac{d \cdot F_{max}}{\sqrt{4 \cdot F_{max}^2 - (m \cdot g)^2}}$