

Zusatz-Aufgaben 1 Anwendungen der Trigonometrie

Lernziele

- die trigonometrischen Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck in einfacheren praktischen Aufgabenstellungen anwenden können.
- Grad- und Bogenmass eines Winkels ineinander umrechnen können.
- alle Lösungen einer trigonometrischen Grundgleichung zwischen 0° und 360° von Hand und mit Hilfe eines Taschenrechners bestimmen können.

Aufgaben

- 1) Winkelumrechnungen Gradmass - Bogenmass:
a) $77^\circ = ? \text{ rad}$ b) $215^\circ = ? \text{ rad}$ c) $324^\circ = ? \text{ rad}$ d) $480^\circ = ? \text{ rad}$
e) $2,17 \text{ rad} = ?^\circ$ f) $0,12 \text{ rad} = ?^\circ$ g) $4,2 \text{ rad} = ?^\circ$ h) $\frac{4}{3} \pi \text{ rad} = ?^\circ$
- 2) Bestimmen Sie alle im Intervall $[0; 2\pi]$ liegenden Winkel:
a) $\sin x = -0,3$ b) $\cos x = 0,7$ c) $\tan x = -1,4$ d) $\cot x = 0,7$
e) $\sin x = 0,01$ f) $\cos x = -0,02$ g) $\tan x = 0,5$ h) $\cot x = -9,9$
- 3) Gegeben sind die rechtwinkligen Koordinaten eines Punktes. Berechnen Sie seine Polarkoordinaten:
a) $x = 3, y = 0$ b) $x = 0, y = 5$ c) $x = -4, y = 0$ d) $x = 0, y = -2$
e) $x = 4, y = 4$ f) $x = -2\sqrt{3}, y = 2$ g) $x = -3, y = -4$ h) $x = 7, y = -4$
- 4) Gegeben sind die Polarkoordinaten eines Punktes. Berechnen Sie seine rechtwinkligen Koordinaten:
a) $r = 7, \varphi = 90^\circ$ b) $r = 3, \varphi = 180^\circ$ c) $r = \sqrt{2}, \varphi = 135^\circ$ d) $r = 5, \varphi = 300^\circ$
e) $r = 4\sqrt{3}, \varphi = 210^\circ$ f) $r = 7, \varphi = 116^\circ$ g) $r = 2, \varphi = 450^\circ$ h) $r = 1, \varphi = 60^\circ$
- 5) Berechnen Sie die fehlenden Seiten und Winkel im rechtwinkligen Dreieck:
a) $a = 5 \text{ cm}, \alpha = 35^\circ$ b) $c = 7 \text{ cm}, \alpha = 77,3^\circ$ c) $a = 12 \text{ cm}, \beta = 15,7^\circ$ d) $a = 12 \text{ cm}, c = 17 \text{ cm}$
- 6) Wie gross ist die Geschwindigkeit, mit der wir uns um die Erdachse drehen (Erdradius 6370 km, geografische Breite von Chur = $46^\circ 51'$)?
- 7) Von einem 10 m über dem Wasserspiegel liegenden Fenster eines an einem See liegenden Hauses sieht man einen Ballon unter einem Höhenwinkel $\alpha = 52,4^\circ$ und sein Spiegelbild im See unter einem Tiefenwinkel $\beta = 58,0^\circ$. Wie hoch steht der Ballon über dem See?
- 8) Von der Spitze eines Berges sieht man ein Dorf unter dem Tiefenwinkel von $10^\circ 14'$ und beobachtet das Aufblitzen eines Schusses im Dorf 12 Sekunden früher als den Schall. Wie hoch liegt die Bergspitze über dem Dorf? (Schallgeschwindigkeit 333 m/s)
- 9) Von einem Fenster, welches 21,67 m über der waagrechten Bodenfläche liegt, erblickt man den Fuss eines Turmes unter dem Tiefenwinkel von $\alpha = 3^\circ 15'$ und seine Spitze unter dem Höhenwinkel von $\beta = 6^\circ 32'$. Wie hoch ist der Turm?
- 10) Aus einem Flugzeug erblickt man die beiden Orte A und B in derselben Richtung unter den Tiefenwinkeln $\alpha = 43^\circ 7' 24''$ und $\beta = 27^\circ 36' 12''$. In welcher Höhe über den beiden auf derselben Meereshöhe liegenden Orten fliegt das Flugzeug, wenn die Entfernung von A nach B mit 1350 m entnommen wird?

Hinweise zu 2):

- Skizzieren Sie zuerst den Grafen der entsprechenden trigonometrischen Funktion.
- Zeichnen Sie eine waagrechte Gerade ein, die sich auf Höhe des entsprechenden Wertes der trigonometrischen Funktion befindet.
- Die Schnittpunkte des Grafen und der waagrechten Geraden entsprechen den gesuchten Winkeln.
- Nehmen Sie erst jetzt den Taschenrechner zur Hand, um den Hauptwert zu berechnen.
- Ermitteln Sie aus Ihrer Skizze den/die restlichen gesuchten Winkel.

Hinweise zu 6) bis 10):

- Erstellen Sie zuerst eine Skizze der in der Aufgabenstellung beschriebenen Situation.
- Versuchen Sie, in Ihrer Skizze rechtwinklige Dreiecke zu erkennen, in welchen Sie die trigonometrischen Beziehungen anwenden können.

Lösungen

- 1) a) 1.343 b) 3.752 c) 5.655 d) 8.378 e) 124.3° f) 6.88° g) 240.6° h) 240°
- 2) a) $342.5^\circ, 197.5^\circ$ b) $45.6^\circ, 314.4^\circ$ c) $305.5^\circ, 125.5^\circ$ d) $55.0^\circ, 235.0^\circ$ e) $0.57^\circ, 179.4^\circ$ f) $91.1^\circ, 268.9^\circ$ g) $26.6^\circ, 206.6^\circ$ h) $354.2^\circ, 174.2^\circ$
- 3) a) $r = 3, \varphi = 0^\circ$ b) $r = 5, \varphi = 90^\circ$ c) $r = 4, \varphi = 180^\circ$ d) $r = 2, \varphi = 270^\circ$ e) $r = 5,66, \varphi = 45^\circ$ f) $r = 4, \varphi = 150^\circ$ g) $r = 5, \varphi = 233,1^\circ$ h) $r = 8,06, \varphi = 330,3^\circ$
- 4) a) $(0/7)$ b) $(-3/0)$ c) $(-1/1)$ d) $(2,50/-4,33)$ e) $(-6/-3,46)$ f) $(-3,07/6,29)$ g) $(0/2)$ h) $(0,5/0,87)$
- 5) a) $c = 8.72\text{cm}, b = 7.14\text{cm}, \beta = 55^\circ$ b) $a = 6.83\text{cm}, b = 1.539\text{cm}, \beta = 12.7^\circ$ c) $c = 12.47\text{cm}, b = 3.37\text{cm}, \alpha = 74.3^\circ$
- 6) $1140.5 \text{ km/h} = 316.8 \text{ m/s}$
- 7) $96,1\text{m}$
- 8) 710 m
- 9) $65,375 \text{ m}$
- 10) 1598 m