Aufgaben-Hinweise Differentialrechnung
(Skriptum, Abschnitt 4.4, Seiten 25 bis 27)

6. Die gegebene Kurve ist der Graf einer Funktion f (z.B. in a): $y = f(x) = x^3 + 2x - 5$).

   Eine Tangente ist eine Gerade und kann daher aufgefasst werden als Graf einer linearen Funktion. Die gesuchte Gleichung der Tangente ist also die Gleichung einer linearen Funktion t. Die Gleichung der linearen Funktion t hat die folgende allgemeine Form:

   $y = t(x) = mx + q$

   Aus den beiden Bedingungen

   $f(x_0) = t(x_0)$ I (Grafen von f und t haben gemeinsamen Punkt bei $x = x_0$)
   $f'(x_0) = t'(x_0)$ II (Steigungen von f und t sind gleich bei $x = x_0$)

   lassen sich m und q bestimmen.

9. Es ist zweckmässig, zuerst zu bestimmen, für welche x die Ableitung gleich null ist, d.h. $f'(x) = 0$.

11. Hier muss man die durch alle Aussenflächen abfliessende Energie minimieren. Wenn man den Flächeninhalt einer einzelnen Aussenfläche mit ihrem U-Wert multipliziert, erhält man die Energie, die pro Sekunde durch diese Aussenfläche abfliesst, wenn der Temperaturunterschied (aussen – innen) 1 Kelvin beträgt.

12. Die gegebene Kurve kann als Graf einer Funktion f aufgefasst werden. Die Stelle x_0, an welcher das Gefälle der Schale maximal ist, ist die Stelle x_0, an welcher die erste Ableitung f' ein Maximum oder Minimum hat. Man muss also hier die Funktion f' maximieren/minimieren, nicht die Funktion f selbst. Dies bedeutet, dass die zweite Ableitung f'' an der Stelle x_0 gleich null sein muss, also: $f''(x_0) = 0$.

13. Erstellen Sie ein Schnittbild in der x-y-Ebene. In diesem Schnittbild erscheint der Kreiszylinder als Rechteck. Die untere horizontale Seite des Rechteckes liegt auf der x-Achse. Die oberen Eckpunkte des Rechteckes liegen auf der Kurve.

    Aus dem Schnittbild ergibt sich eine Beziehung zwischen dem Radius und der Höhe des Zylinders. Diese Beziehung muss als Nebenbedingung in die Zielfunktion (Volumen in Abhängigkeit von Radius und Höhe) eingesetzt werden, damit die Zielgrösse (Volumen) nur noch von einer Variablen (z.B. dem Radius) abhängt.

    Nun muss das Maximum der Zielfunktion bestimmt werden.

14. Der grosse Kreisbogen und die beiden kleinen Halbkreise können als Grafen von Funktionen aufgefasst werden. Die angegebenen Kreisgleichungen (allerdings ohne „$\pm$“ vor den Wurzeln) sind die entsprechenden Funktionsgleichungen.

    An den Berührpunkten müssen die Kreistangenten identisch sein. Das bedeutet, dass die Ableitungen der entsprechenden Funktionen an der betreffenden Stelle x_0 gleich gross sein müssen.