Zusatz-Aufgaben 3 — Grundlagen der Wellenlehre Harmonische Welle

Lernziele

- die mathematische Beschreibung für die Auslenkung bei einer eindimensionalen fortschreitenden harmonischen Welle kennen, verstehen und anwenden können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.

Aufgaben

3.1 Betrachten Sie die im Skript (Seite 48) bzw. im Unterricht hergeleitete Wellengleichung für eine eindimensionale fortschreitende harmonische Welle:

$$y(x,t) = \hat{y}\,\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

a) Beurteilen Sie schlüssig, ob die Welle in die positive oder in die negative x-Richtung läuft.

b) * In der Herleitung der Wellengleichung wird an einer bestimmten Stelle eine Annahme getroffen, die die Laufrichtung der Welle zwangsläufig festlegt.
Wie müsste die Annahme abgeändert werden, damit durch die hergeleitete Wellengleichung eine Welle beschrieben wird, die in die Gegenrichtung läuft.

3.2 Eine eindimensionale fortschreitende harmonische Welle wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$y(x,t) = 0.26\text{ m}\cdot\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{2\text{ s}}-\frac{x}{0.54\text{ m}}\right)\right)$$

a) Beurteilen Sie schlüssig, ob sich die Welle in die positive oder in die negative x-Richtung bewegt.

b) Berechnen Sie die Auslenkung Am Ort x = 13 m zum Zeitpunkt t = 38 s.

3.3 Eine eindimensionale fortschreitende harmonische Welle wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$y(x,t) = \hat{y}\,\sin(\omega t - kx)$$

Gegeben sind die Amplitude $\hat{y}$, die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c:

$\hat{y} = 3.0$ cm f = 2.5 Hz c = 50 cm/s

a) Bestimmen Sie die Periode T und die Wellenlänge λ.

b) Bestimmen Sie die Auslenkung y am Ort x = 42 cm zum Zeitpunkt t = 1.8 s.

c) Bestimmen Sie alle Orte x, an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.

i) t = 0 s

ii) t = 1.0 s

3.4 Eine eindimensionale fortschreitende harmonische Welle besitzt eine Amplitude A = 0.20 m und eine Frequenz f = 2.0 Hz. Zudem gilt y(0 m, 0 s) = 0 m und y(0 m, t_1) = 0.10 m. t_1 ist der Zeitpunkt, zu welchem an der Stelle x = 0 m zum ersten Mal die Auslenkung y = 0.10 m erreicht wird. Weiter gilt, dass die Auslenkung an der Stelle x = 0 m nach dem Start (t = 0 s) zuerst positiv ist.

a) Bestimmen Sie den Zeitpunkt t_1.

b) Bestimmen Sie den Zeitpunkt t_2, zu welchem an der Stelle x = 0 m die Auslenkung y = 0.10 m zum zweiten Mal erreicht wird.

Lösungen

3.1 a) ...

b) * ...

3.2 a) in positive x-Richtung

b) $y = - 0.12$ m

3.3 a) $T = 0.40$ s $\lambda = 0.20$ m

b) $y(0.42 \text{ m}, 1.8 \text{ s}) = 0.018 \text{ m} = 1.8 \text{ cm}$

c) i) $x = \frac{1}{4}\lambda + n\cdot\lambda \; (n\in\mathbb{Z}) = \ldots , - 0.15 \text{ m} , 0.05 \text{ m} , 0.25 \text{ m} , \ldots$

ii) Da die Frequenz 2.5 Hz bzw. die Periode 0.40 s beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 2.5 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 2.5 Wellenlängen verschoben.
$x = \left(\frac{1}{4} + 2.5\right)\lambda + n\cdot\lambda \; (n\in \mathbb{Z}) = \ldots , - 0.05 \text{ m} , 0.15 \text{ m} , 0.35 \text{ m} , \ldots$

Hinweise:
- Ein Wellenberg befindet sich dort, wo die Auslenkung maximal ist.
- Eine Sinusfunktion nimmt bei den Argumenten $\frac{\pi}{2} + k\cdot 2\pi \; (k\in\mathbb{Z})$ den maximalen Wert an.

3.4 a) $t_1 = 0.042$ s

Hinweise:
- Die Wellengleichung an der Stelle $x = 0$ m lautet: $y(0 \text{ m}, t) = 0.2 \text{ m} \cdot \sin(2\pi \cdot 2 \text{ Hz} \cdot t)$
- Es gilt: $\sin(\pi/6) = 0.5$

b) $t_2 = 0.21$ s