Aufgaben-Hinweise Schwingungslehre (Skriptum, Abschnitt 6.5, Seite 44)

1. Schwingungsdauer T = 1 s
   Frequenz f = 1 Hz
   Gravitationsfeldstärke g = 9.81 N/kg

2. b) Es ist zu beurteilen, ob die Abklingkonstante δ grösser, gleich gross oder kleiner als die Eigenkreisfrequenz ω_0 des ungedämpften Pendels ist.

   d) Die Bedingung x(0 s) = 0.6 m muss in die in c) bestimmte Schwingungsgleichung x = ... eingesetzt werden. Dies führt auf die Gleichung
   $A\cdot\sin(\varphi) = 0.6\text{ m}$ (I)

   Für die Bedingung $\dot{x}(0\text{ s}) = 0$ m/s muss die in c) bestimmte Schwingungsgleichung x = ... zuerst abgeleitet werden. Man erhält $\dot{x} = A\,e^{-4/s\cdot t}\left(-\frac{4}{s}\sin\left(\frac{3}{s}t+\varphi\right)+\frac{3}{s}\cos\left(\frac{3}{s}t+\varphi\right)\right)$. Setzt man die Bedingung $\dot{x}(0\text{ s}) = 0$ m/s ein, erhält man die Gleichung
   $A\left(-\frac{4}{s}\sin(\varphi)+\frac{3}{s}\cos(\varphi)\right) = 0\text{ m/s}$ (II)

   Die beiden Gleichungen (I) und (II) bilden ein Gleichungssystem für die unbekannten Grössen A und φ.

   Die Gleichung (II) lässt sich über den $\tan(\varphi)$ nach φ lösen.

3. Zur Bestimmung der Abklingkonstante δ muss man den exponentiellen Abfall der Amplitude betrachten. Aus der Schwingungsgleichung ist ersichtlich, dass die Amplitude $A\cdot e^{-\delta t}$ beträgt.

   Während der ersten vollen Schwingung fällt die Amplitude gemäss Skizze von 1.7 cm (t = 0 s) auf 0.9 cm (t = 3.2 s) ab. Es gilt also $A\cdot e^{-\delta\,0\,s} = A = 1.7$ cm und $A\cdot e^{-\delta\,3.2\,s} = 0.9$ cm

   Durch Logarithmieren lässt sich die Abklingkonstante δ bestimmen.

   Mit den für A, T, ω, δ und ω_0 ermittelten Werten ergibt sich die folgende Schwingungsgleichung:

   $x = 1.7\text{ cm}\cdot e^{-0.199/s\cdot t}\cdot\cos(1.96/s\cdot t)$

4. Aus den Grössen m, D und β können die Eigenkreisfrequenz ω_0 und die Abklingkonstante δ ermittelt werden.
   Für die Resonanzfrequenz gilt $\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$

5. Im aperiodischen Grenzfall muss gelten: $\delta = \omega_0$

   Sowohl δ als auch ω_0 hängen von der Pendelmasse m ab.