Aufgaben-Hinweise Integralrechnung
(Skriptum, Abschnitt 5.4, Seite 34)

7. Zuerst müssen die Nullstellen bestimmt werden.

   Es ist zu berücksichtigen, dass das bestimmte Integral negativ ist, wenn der Graf unterhalb der x-Achse verläuft.

   a) Nullstellen: $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = 1$

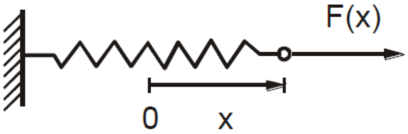
   b) Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = 4$

8. Zuerst müssen die Schnittpunkte der beiden Grafen bestimmt werden.

   Die Schnittpunkte liegen bei $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$.

9. Zwei benachbarte Schnittpunkte von Sinus- und Cosinuskurve sind z.B. $x_1 = \frac{\pi}{4}$ und $x_2 = \frac{5\pi}{4}$.

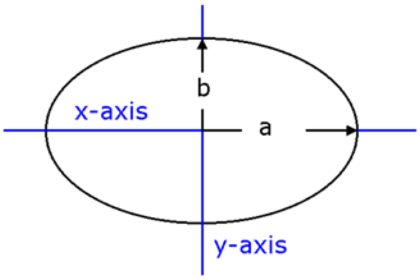
10. Die Kraft F, mit der an der Feder gezogen werden muss, um die Verlängerung x zu bewirken, ist proportional zur Verlängerung x, d.h. $F = k \cdot x$



   Die Kraft F kann als Funktion der Verlängerung x aufgefasst werden, d.h. $F = F(x)$.

   Die in der Feder gespeicherte Energie bei einer Verlängerung von $x = x_1$ ist gleich der Fläche zwischen dem Grafen von F und der x-Achse im Intervall $[0, x_1]$.

11. Es handelt sich hier um eine Ellipse, deren Mittelpunkt im Ursprung liegt und deren Hauptachse mit der x-Achse zusammenfällt:



   Die allgemeine Gleichung einer solchen Ellipse lautet

   $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

   Es genügt, nur die obere Halbellipse (den Teil der Ellipse oberhalb der x-Achse) um die x-Achse zu rotieren, um den Rotationskörper zu erzeugen.

   Die obere Halbellipse ist als Graf einer Funktion aufzufassen. Die Gleichung dieser Funktion erhält man durch Auflösen der Ellipsengleichung nach y.

   Funktionsgleichug: $y = f(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$

   Die Ellipse schneidet die x-Achse an den Stellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$.