

Zusatz-Aufgaben 5 Zinseszins- und Rentenrechnung Zinsrechnung

Lernziele

- das Endkapital berechnen können, wenn ein Anfangskapital zu einem festen jährlichen Zinssatz mit Zins und Zinseszins angelegt wird.
- den Zusammenhang zwischen Anfangs- und Endkapital auf Zinseszinsprobleme anwenden können.
- ausgewählte Zinseszinsprobleme bearbeiten können.

Aufgaben

- 5.1 Ein Anfangskapital K ist zum jährlichen Zinssatz $p\%$ mit Zinseszins angelegt.
- Das Anfangskapital sei $K = 1000.00$ CHF und der jährliche Zinssatz 2% , d.h. $p = 2$. Bestimmen Sie das Kapital nach einem, zwei, drei, vier und fünf Jahr(en).
 - Versuchen Sie, eine Formel herzuleiten, die es Ihnen erlaubt, das Kapital K_n nach n Jahren zu berechnen für beliebige Werte von K , p und n .
- 5.2 Welches ist das zukünftige Kapital, wenn 8000 CHF 10 Jahre lang mit Zins und Zinseszins investiert werden zu einem jährlichen Zinssatz von 12% ?
- 5.3 Welches Anfangskapital beträgt nach 10 Jahren $10'000$ CHF, wenn es mit Zins und Zinseszins zu einem jährlichen Zinssatz von 6% angelegt wird?
- 5.4 Zu welchem jährlichen Zinssatz müssten $10'000$ CHF mit Zins und Zinseszins angelegt werden, damit das Kapital nach 7 Jahren $14'071$ CHF betragen würde?
- 5.5 Frau Schmid möchte $150'000$ CHF 5 Jahre lang anlegen. Die Bank A offeriert ihr einen jährlichen Zinssatz von 6.5% bei Zins und Zinseszins. Die Bank B bietet an, nach 5 Jahren $200'000$ CHF zu zahlen. Welche Bank macht das bessere Angebot?
- 5.6 Der Kauf von Alaska kostete die USA 7 Millionen \$ im Jahre 1869 . Angenommen, dieses Geld wäre damals in ein Sparkonto einbezahlt worden, welches Zins und Zinseszins bei einem jährlichen Zinssatz von 6% getragen hätte. Wieviel Geld wäre bei dieser Investition im Jahre 2020 verfügbar?
- 5.7 Ein Kapital wird 4 Jahre lang zu 4% und 3 weitere Jahre lang zu 6% angelegt (jeweils Jahreszinssatz, Zins und Zinseszins). Am Ende beträgt das Kapital $72'000$ CHF.
- Bestimmen Sie das Anfangskapital.
 - Wie hoch ist der durchschnittliche Zinssatz bezüglich der ganzen Zeitperiode?
- 5.8 Ein unbekanntes Anfangskapital wird zu einem unbekanntem jährlichen Zinssatz mit Zins und Zinseszins angelegt. Nach zwei Jahren beträgt das Kapital $5'891.74$ und nach 5 weiteren Jahren $6'997.54$ CHF. Bestimmen Sie sowohl das Anfangskapital als auch den Zinssatz.
- 5.9 Wie gross müsste der jährliche Zinssatz sein, damit sich ein Kapital in 20 Jahren verdoppelt?
- 5.10 (siehe nächste Seite)

- 5.10 Ein Anfangskapital K wird zu einem jährlichen Zinssatz $p\%$ mit Zins und Zinseszins angelegt. K_n ist das Kapital nach n Jahren. Bestimmen Sie n .
- a) $K = 1000$ CHF $p = 1.00$ $K_n = 1220$ CHF (gerundet)
- b) $K = 100'000$ CHF $p = 2.25$ $K_n = 243'519$ CHF (gerundet)
- 5.11 Wie lange müssten 10'000 CHF zu einem jährlichen Zinssatz von 2.5% angelegt werden, um den Wert von 12'000 CHF zu erreichen?
- 5.12 Wie lange müsste ein beliebiges Anfangskapital zu einem jährlichen Zinssatz von 1.25% angelegt werden, um seinen Wert zu verdoppeln?
- 5.13 Ein Anfangskapital von 10'000 CHF wird zu einem unbekanntem jährlichen Zinssatz investiert. Nach 10 Jahren beträgt das Kapital 11'894.40 CHF. Nach wievielen Jahren (seit Beginn der Investition) wird das Kapital 15'000 CHF betragen?

Lösungen

5.1 a) $K = 1000.00 \text{ CHF}$ $K_1 = 1020.00 \text{ CHF}$ $K_2 = 1040.40 \text{ CHF}$
 $K_3 = 1061.21 \text{ CHF}$ $K_4 = 1082.43 \text{ CHF}$ $K_5 = 1104.08 \text{ CHF}$

b) $K_n = K \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

5.2 $K_{10} = 24'846.79 \text{ CHF}$

5.3 $K = 5'583.95 \text{ CHF}$

5.4 $p\% = 5\%$

5.5 Bank A: $K(5) = 205'513.00 \text{ CHF}$
Bank B: $K(5) = 200'000.00 \text{ CHF}$

5.6 $K_{151} = 46'375 \text{ Millionen \$ (gerundet)}$

5.7 a) $K = 51'675 \text{ CHF}$

b) $p\% = 4.85\%$

5.8 $p\% = 3.5\%$, $K = 5'500.00 \text{ CHF}$

5.9 $p\% = (\sqrt[20]{2} - 1) \cdot 100\% = 3.5\% \text{ (gerundet)}$

5.10 $n = \frac{\log\left(\frac{K_n}{K}\right)}{\log(q)}$

a) $n = 20$

b) $n = 40$

5.11 $n = \frac{\log\left(\frac{K_n}{K}\right)}{\log(q)} = \frac{\log\left(\frac{12'000}{10'000}\right)}{\log(1.025)} = 7.38... \rightarrow 8 \text{ Jahre}$

5.12 $K_n = K \cdot q^n$

$K_n = 2 \cdot K$

$\Rightarrow n = \frac{\log(2)}{\log(1.0125)} = 55.79... \rightarrow 56 \text{ Jahre}$

5.13 $p\% = 1.75\%$

$K_n = 14'000 \text{ CHF}$ für $n = 23.37... \rightarrow 24 \text{ Jahre}$