

Aufgaben 8 Integrationsmethoden Uneigentliche Integrale, Numerische Integrationsmethoden

Lernziele

- ein uneigentliches Integral bestimmen können.
- die numerischen Integrationsmethoden nach der Trapezformel und der Simpsonschen Formel verstehen.
- ein bestimmtes Integral näherungsweise nach der Trapezformel bzw. der Simpsonschen Formel berechnen können.
- eine neue Problemstellung bearbeiten können.

Aufgaben

Uneigentliche Integrale

8.1 Papula 1: 564/1 ("Zu Abschnitt 9": 534/1), 564/3 ("Zu Abschnitt 9": 534/3)

8.2 Prüfen Sie nach, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

- a) Das uneigentliche Integral $\int_1^{\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$...
- i) ... hat den Wert $\frac{1}{\alpha-1}$ für $\alpha > 1$.
 - ii) ... ist divergent für $\alpha \leq 1$.

Hinweis:

- Im Unterricht wurden die Fälle $\alpha = 1$ und $\alpha = 2$ behandelt.

- b) Das uneigentliche Integral $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$...
- i) ... hat den Wert $\frac{1}{1-\alpha}$ für $\alpha < 1$.
 - ii) ... ist divergent für $\alpha \geq 1$.

Hinweis:

- Im Unterricht wurden die Fälle $\alpha = 1$ und $\alpha = \frac{1}{2}$ behandelt.

Numerische Integrationsmethoden

8.3 Studieren Sie im Buch Papula 1 den Abschnitt "8.4.1 Trapezformel" (Seiten 476 bis 480 (448 bis 452)).

8.4 Papula 1: 564/13 a) (533/13 a))

Hinweis:

- Für diese Aufgabe können Sie einen Rechner verwenden.

8.5 Studieren Sie im Buch Papula 1 den Abschnitt "8.4.2 Simpsonsche Formel" (Seiten 481 bis 487 (453 bis 459)).

8.6 Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^1 x^4 dx$...

- a) ... exakt.
- b) ... näherungsweise nach der Trapezformel ...
 - i) ... für 2 Streifen.
 - ii) ... für 4 Streifen.
 - iii) ... für 8 Streifen.
- c) ... (siehe nächste Seite)

- c) ... näherungsweise nach der Simpsonschen Formel ...
- i) ... für 2 Streifen.
 - ii) ... für 4 Streifen.
 - iii) ... für 8 Streifen.

Hinweis:

- Für die Teilaufgaben b) und c) können Sie einen Rechner verwenden.

8.7 Papula 1: 564/13 b) (533/13 b)), 564/14 (533/14)

Hinweis:

- Für diese Aufgabe können Sie einen Rechner verwenden.

Lösungen

8.1 siehe Papula 1

- 8.2 a) i) wahr
ii) wahr
b) i) wahr
ii) wahr

8.3 ...

8.4 siehe Papula 1

8.5 ...

- 8.6 a) $\frac{2}{5} = 0.4$
b) i) 1
ii) $\frac{9}{16} = 0.5625$
iii) $\frac{113}{256} = 0.4414\dots$
c) i) $\frac{2}{3} = 0.6666\dots$
ii) $\frac{5}{12} = 0.4166\dots$
iii) $\frac{77}{92} = 0.4010\dots$

8.7 siehe Papula 1