

Aufgaben 15 **Ableitung** **Ableitung einer Funktion, Ableitung von Grundfunktionen**

Lernziele

- die Ableitung einer einfachen Funktion direkt aus der Definition der Ableitung von Hand bestimmen können.
- die Ableitung einer Grundfunktion mit Hilfe einer Ableitungs-Tabelle bestimmen können.
- den Zusammenhang zwischen der Stetigkeit und der Differenzierbarkeit einer Funktion verstehen.

Aufgaben

15.1 Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Funktion $f: A \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x), A \subseteq \mathbb{R}$

Bestimmen Sie die Ableitung f' von f **direkt**, indem Sie den Grenzwert des Differenzenquotienten von Hand bestimmen.

$$f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+x) - f(x)}{x}$$

- a) $f(x) = x^3$
b) $f(x) = mx + q \quad (m \in \mathbb{R}, q \in \mathbb{R})$
c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

15.2 Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Funktion $f: A \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x), A \subseteq \mathbb{R}$

Bestimmen Sie die Ableitung f' von f **mit Hilfe einer Ableitungs-Tabelle** (Buch Papula 1: Tabelle 1, Seiten 328 und 329 (313 und 314)).

- a) $f(x) = x^5$ b) $f(x) = x^{a+1}, a \in \mathbb{R}$ c) $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$
d) $f(x) = \frac{x^5}{\sqrt[7]{x^3}}$ e) $f(x) = x^{1/2}$ f) $f(x) = x^{-5/7}$
g) $f(x) = 5^x$ h) $f(x) = \log_2(x)$ i) $f(x) = \lg(x)$

15.3 Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

- (1) Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 stetig ist, dann ist sie an der Stelle x_0 differenzierbar.
(2) Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 differenzierbar ist, dann ist sie an der Stelle x_0 stetig.

Lösungen

15.1 a) $f'(x) = 3x^2$
b) $f'(x) = m$
c) $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$

15.2 a) $f'(x) = 5x^4$ b) $f'(x) = (a+1)x^a$ c) $f'(x) = \frac{3}{4} \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$
d) $f'(x) = \frac{32}{7} \sqrt[7]{x^{25}}$ e) $f'(x) = \frac{1}{2} x^{-1/2}$ f) $f'(x) = -\frac{5}{7} x^{-12/7}$
g) $f'(x) = \ln(5) \cdot 5^x$ h) $f'(x) = \frac{1}{\ln(2) \cdot x}$ i) $f'(x) = \frac{1}{\ln(10) \cdot x}$

15.3 (1) falsch
(2) wahr