

Übung 18 Anwendungen der Differentialrechnung Ableitung und Kurvendiskussion mit MAPLE

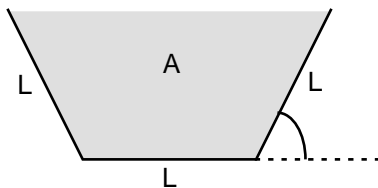
Lernziele

- die Ableitung einer Funktion mit dem Computerprogramm MAPLE bestimmen können.
- eine einfache Kurvendiskussion mit dem Computerprogramm MAPLE ausführen können.

Aufgaben

Ableitung mit MAPLE

1. Im Computerprogramm MAPLE gibt es die beiden Befehle D und $diff$, mit welchen die Ableitung einer Funktion bestimmt werden kann.
 - a) Finden Sie in MAPLE unter "Hilfe" heraus, wie man die Befehle D und $diff$ verwendet.
 - b) Bestimmen Sie mit MAPLE die Ableitung f' von einigen Funktionen f .
2. Betrachten Sie das Beispiel der Wasserrinne aus dem Unterricht (Einführung Differentialrechnung):



Der Neigungswinkel der Seitenwände soll so gewählt werden, dass die Querschnittsfläche A der Rinne maximal wird.

- a) Bestimmen Sie die Querschnittsfläche A in Abhängigkeit des Winkels α .
- b) Fassen Sie A als Funktion von α auf, d.h. $A: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $A = A(\alpha)$.
Zeichnen Sie mit MAPLE den Grafen der Funktion A .
- c) Bestimmen Sie mit MAPLE das Maximum der Funktion A :
 - i) Bestimmen Sie die Ableitung A' .
 - ii) Bestimmen Sie die Stelle α , für welche gilt: $A'(\alpha) = 0$

Kurvendiskussion mit MAPLE

3. Erstellen Sie mit MAPLE ein File, mit welchem Sie
 - die Nullstellen
 - die relativen Maxima
 - die relativen Minima
 - die Wendepunkte
 - die Sattelpunkte
 - den Grafeneiner frei wählbaren Funktion bestimmen bzw. zeichnen können.

4. Papula: 397/22, 397/23

Führen Sie die Kurvendiskussion mit MAPLE durch.

Bestimmen Sie jeweils

- die Nullstellen
- die relativen Maxima
- die relativen Minima
- die Wendepunkte
- die Sattelpunkte
- den Grafen

der vorgegebenen Funktion.

5. Gegeben ist eine Funktion f mit einem unbekanntem Parameter a :

$$f: x \quad f(x) = \frac{1}{2}(x^4 - ax^2)$$

Bestimmen Sie von Hand und/oder mit Hilfe von MAPLE ...

- a) ... den Wert von a , damit f an der Stelle $x = 1$ einen Wendepunkt hat.
- b) ... alle relativen Extremstellen und Wendepunkte der Funktion f . Der Parameter a soll den in a) bestimmten Wert haben.

Lösungen

1. a) ...
b) ...

2. a) $A = L^2 \sin(\alpha) (1 + \cos(\alpha))$
b) ...
c) i) $A'(\alpha) = L^2 (\cos(\alpha) (1 + \cos(\alpha)) - \sin^2(\alpha))$
ii) $A'(\alpha) = 0$ für $\alpha = 60^\circ$

3. Ein Musterfile "kurvendisk.mws" finden Sie unter
<http://telecom.tlab.ch/~borer> Mathematik Unterlagen (...)

4. siehe Papula und/oder MAPLE-File "kurvendisk.mws"

5. a) $a = 6$
b) Relatives Maximum: $x_1 = 0$
Relative Minima: $x_2 = -\sqrt{3}$, $x_3 = \sqrt{3}$
Wendepunkte: $x_4 = -1$, $x_5 = 1$