

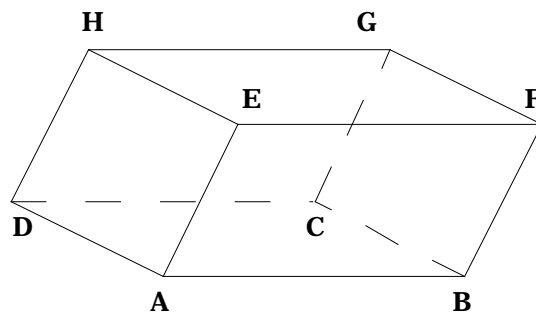
Übung 3 Vektoren Vektorprodukt

Lernziele

- das Vektorprodukt zweier Vektoren, die durch ihre Komponenten gegeben sind, bestimmen können.
- die Rechengesetze des Vektorproduktes anwenden können.
- das Vektorprodukt zur Lösung von konkreten Problemstellungen anwenden können.

Aufgaben

1. Papula: 131/23, 131/24, 132/26
2. Der Spat ABCDEFGH wird aufgespannt durch die drei Vektoren $u = AB$, $v = AD$ und $w = AE$:



$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 11 \\ -10 \\ -36 \end{pmatrix}$$

Durch die Eckpunkte B, D und G wird eine Ebene gelegt.

Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das vom Spat aus dieser Ebene geschnitten wird.

3. Gegeben sind die beiden Vektoren a und b:

$$a = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) Überlegen Sie sich, wie viele Einheitsvektoren es gibt, die sowohl zu a als auch zu b senkrecht stehen.
- b) Bestimmen Sie diese Einheitsvektoren.

4. Eine Pyramide bestehe aus der Basis ABC und der Spitze S:

$$A(2|4|-7) \quad B(3|4|-9) \quad C(-1|-5|5) \quad S(8|4|8)$$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P, welcher auf der über S hinaus verlängerten Pyramidenhöhe liegt und von S den Abstand 7 hat.

5. Papula: 132/29

Lösungen

1. siehe Papula

zu 132/26: Das Spatprodukt $[a \ b \ c]$ gehört nicht zu den Lernzielen des Unterrichts.
Damit a , b und c in einer Ebene liegen, muss das Vektorprodukt von zwei der drei Vektoren senkrecht zum dritten Vektor stehen, also z.B. $(a \times b) \cdot c = 0$

2. $A_{BDG} = \frac{1}{2} |BD \times BG| = \frac{1}{2} \sqrt{608} = 12.3\dots$

3. a) 2 Einheitsvektoren

b) $x = k \cdot (a \times b)$
 $|x| = 1$

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{41}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, x_2 = -x_1 = -\frac{1}{\sqrt{41}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

4. SP steht senkrecht zur Pyramidenbasis, ist daher ein Vielfaches von $AB \times AC$ und hat Betrag 7

$$SP = k \cdot (AB \times AC)$$

$$|SP| = 7$$

$$OP = OS + SP$$

$$OP = \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix} \quad P(14|6|11)$$

5. siehe Papula