

Übung 12 Funktionstypen Logarithmusfunktion, Exp.-/Log.-Gleichungen, Hyperbol. Funktionen

Lernziele

- die Rechenregeln für Logarithmen anwenden können.
- die einfach-logarithmische Darstellung von Exponentialfunktionen und deren Nutzen verstehen.
- die doppelt-logarithmische Darstellung von Potenzfunktionen und deren Nutzen verstehen.
- die Beziehung zwischen Schallintensität und Schallpegel als Beispiel einer Logarithmusfunktion kennen.
- einfachere Exponential- und Logarithmusgleichungen von Hand lösen können.
- eine neue Problemstellung bearbeiten können.

Aufgaben

Logarithmusfunktion

1. Fassen Sie die folgenden Ausdrücke mit Hilfe der Logarithmengesetze zu einem einzigen Logarithmus zusammen:

a) $\log_a(m) + \log_a(n)$	b) $\log_a(m) - \log_a(n)$
c) $\log_a(b) + \log_a(c) - (\log_a(d) + \log_a(e))$	d) $-\log_a(r)$
e) $\log_a(x) + \log_a(y) + \log_a(z) - \log_a(u) - \log_a(v)$	f) $m \cdot \log_a(x) - n \cdot \log_a(y)$
g) $\frac{1}{n} (\log_a(x) + \log_a(y) - \log_a(z))$	h) $\log_a(a^{1/2}) + \log_a(a^{3/2}) - \log_a(\sqrt{b})$

2. Zerlegen Sie die folgenden Ausdrücke mit Hilfe der Logarithmengesetze in einzelne Logarithmen:

a) $\log_a(pqr)$	b) $\log_a(3xy)$
c) $\log_a(b(c+d))$	d) $\log_a(pq-pr)$
e) $\log_a(b^3)$	f) $\log_a\left(\frac{1}{c^2}\right)$
g) $\log_a((b+c)^4)$	h) $\log_a \frac{\sqrt{xy}}{z^2} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$

3. Gegeben ist die Exponentialfunktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = y_0 \cdot a^{kx}$$

- a) Betrachten Sie die konkrete Exponentialfunktion mit den folgenden Parameterwerten:

$$y_0 = 5, a = 10, k = 2$$

- i) Berechnen Sie einige Funktionswerte, und zeichnen Sie den Grafen von f in ein einfach-logarithmisches Koordinatensystem (Blatt "x-lg(y)-Darstellung").
- ii) Stellen Sie fest, dass der Graf von f eine Gerade ist mit der Steigung 2 und dem Achsenabschnitt $\lg(5)$.
- b) Begründen Sie, dass der Graf von f in einem x - $\log_a(y)$ -Koordinatensystem eine Gerade ist mit der Steigung k und dem Achsenabschnitt $\log_a(y_0)$.

4. Gegeben ist die Potenzfunktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = y_1 \cdot x^k$$

a) Betrachten Sie die konkrete Potenzfunktion mit den folgenden Parameterwerten:

$$y_1 = 3, k = 2$$

i) Berechnen Sie einige Funktionswerte, und zeichnen Sie den Grafen von f in ein doppelt-logarithmisches Koordinatensystem (Blatt "lg(x)-lg(y)-Darstellung").

ii) Stellen Sie fest, dass der Graf von f eine Gerade ist mit der Steigung 2 und dem Achsenabschnitt $\lg(3)$ ist.

b) Begründen Sie, dass der Graf von f in einem $\log_a(x)$ - $\log_a(y)$ -Koordinatensystem eine Gerade ist mit der Steigung k und dem Achsenabschnitt $\log_a(y_1)$.

5. Der Zusammenhang zwischen dem Schallpegel L und der Schallintensität I einer Schallquelle wird durch eine Logarithmusfunktion beschrieben (vgl. Unterricht):

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \quad \text{wobei: } I_0 := 10^{-12} \text{ W/m}^2 = \text{Hörschwelle}$$

a) Gegeben sei eine als punktförmige Schallquelle betrachtete Sirene mit der Schallleistung $P = 1000 \text{ W}$.

Bestimmen Sie die Schallintensität und den Schallpegel im Abstand 100 m von der Sirene, falls von Verlusten abgesehen wird.

b) Zeigen Sie, dass der Schallpegel L bei jeder Verdoppelung des Abstandes von der Sirene jeweils um gleich viele Dezibel abnimmt - und zwar unabhängig davon, von welchem Anfangsabstand man ausgeht.

Bestimmen Sie, um wieviel sich der Schallpegel bei jeder Verdoppelung des Abstandes verändert.

Exponential-, Logarithmusgleichungen

6. Papula: 307/12, 307/13

Hyperbolische Funktionen

7. Papula: 307/11

