

Übung 2 Vektoren Skalarprodukt

Lernziele

- das Skalarprodukt zweier Vektoren, die durch ihre Komponenten gegeben sind, bestimmen können.
- die Rechengesetze des Skalarproduktes anwenden können.
- das Skalarprodukt zur Lösung von konkreten Problemstellungen anwenden können.

Aufgaben

1. Papula: 129/10, 129/11, 130/17
2. Zeigen Sie, dass die vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge ein Rechteck bilden:
A(7|6|3) B(4|10|1) C(-2|6|2) D(1|2|4)
3. Bestimmen Sie den Wert von k, damit die Vektoren a und b orthogonal werden, d.h. senkrecht aufeinander stehen:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \text{b)} \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3k \\ -4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \\ 7 \\ 2k \end{pmatrix} \end{array}$$

4. Gegeben sind die drei Vektoren a, b und c:
 $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie den Wert von k, damit gilt:

$$(\mathbf{a} + k \cdot \mathbf{b}) \perp \mathbf{c}$$

5. Mit $AB_{(CD)}$ sei derjenige Vektor bezeichnet, den man erhält, wenn man den Vektor AB auf die Gerade (CD) projiziert.
Bestimmen Sie den Vektor $AB_{(CD)}$.
a) A(-7|-5), B(0|-4), C(10|1), D(-6|13) b) A(1|-2|3), B(5|-8|1), C(2|4|3), D(-1|9|1)
6. Bestimmen Sie die Komponenten eines dreidimensionalen Vektors vom Betrag 20, welcher mit der x-Achse und mit der y-Achse je einen Winkel von 60° einschliesst.
7. Der Vektor x soll als Summe zweier Vektoren y und z geschrieben werden.
y soll dabei parallel zu a und z senkrecht zu b sein:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie y und z.

Lösungen

1. siehe Papula

2. ...

3. $a \cdot b = 0$

a) $k = -2$

b) $k = -1$

4. $k = 1$

5. a) $AB_{(CD)} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

b) $AB_{(CD)} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$

6. $x_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ \sqrt{2} \cdot 10 \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -\sqrt{2} \cdot 10 \end{pmatrix}$

7. $y = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, z = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$