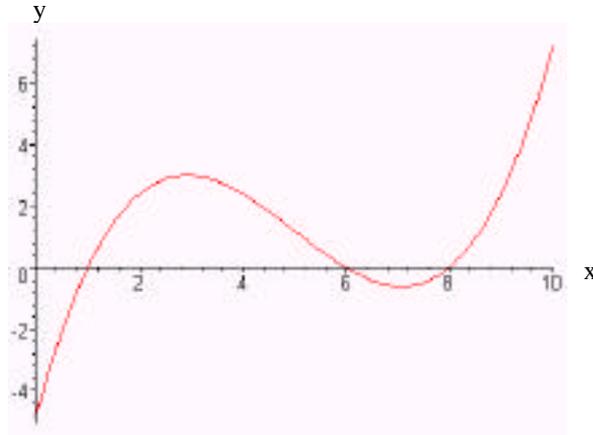


## Repetitions-Übung 3      Integralrechnung

### Aufgaben

1. Der Graf einer Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto y = f(x)$  sieht wie folgt aus:



Schätzen Sie den Wert der folgenden bestimmten Integrale ab:

a)  $\int_4^6 f(x) dx$                       b)  $\int_0^2 f(x) dx$

2. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a)  $\int_{-1}^1 (t^2x - x^2t) dx$                       b)  $\int_{-1}^1 (t^2x - x^2t) dt$

c)  $\int x \sqrt{1+x^2} dx$                       d)  $\int \cos(\ln(x)) dx$

3. Gegeben sind zwei Kurven  $k_1$  und  $k_2$  in der  $xy$ -Ebene:

$$k_1: \quad y = \frac{1}{4}x(x-4)$$

$$k_2: \quad y = -\frac{1}{9}(x-2)^2 + \frac{9}{4}$$

Die beiden Kurven  $k_1$  und  $k_2$  begrenzen ein Flächenstück.

Bestimmen Sie den Inhalt dieses Flächenstückes.

4. Eine Kurve  $k$  in der  $xy$ -Ebene ist gegeben durch die Gleichung  $y = \frac{x^2}{4} - 3$ .

Wird die Kurve  $k$  an der Geraden  $y = x$ , d.h. an der Winkelhalbierenden des ersten und dritten Quadranten gespiegelt, so begrenzen die Kurve  $k$  und ihr Spiegelbild ein Flächenstück, ein "2-Eck".

- a) Berechnen Sie den Winkel, unter welchem sich die Kurve  $k$  und ihr Spiegelbild im ersten Quadranten schneiden.  
b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des "2-Ecks".

**Lösungen**

1. a)  $\int_4^6 f(x) dx = 2$

b)  $\int_0^2 f(x) dx = -1.5$

2. a)  $-\frac{2}{3}t$

b)  $\frac{2}{3}x$

c)  $\frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3} + C$

d)  $\frac{x}{2}(\sin(\ln(x)) + \cos(\ln(x))) + C$

3.  $A = 13$

4. a)  $= 2 \arctan(3) - \frac{\pi}{2} = 0.927... = 53.1...^\circ$

b)  $A = \frac{128}{3} = 42.6...$