

Übung 17 Anwendungen der Differentialrechnung Steigen, Fallen, Krümmung, Relative Extremstellen, Wendepunkte

Lernziele

- den Zusammenhang zwischen der ersten Ableitung einer Funktion und dem Steigen und Fallen des Grafen der Funktion anwenden können.
- den Zusammenhang zwischen der zweiten Ableitung einer Funktion und dem Krümmungsverhalten des Grafen der Funktion anwenden können.
- relative Maxima, relative Minima und Wendepunkte einer einfacheren Funktion von Hand bestimmen können.

Aufgaben

Steigen, Fallen, Krümmung

1. Papula: 392/6, 392/7, 393/8, 395/5, 395/6 (Krümmungsradius weglassen), 395/8

2. Gegeben sind die folgenden beiden Funktionen f_1 und f_2 :

$$f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f_1(x) = -(x-1)^2 + a \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$f_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f_2(x) = x^2 + 2$$

Bestimmen Sie den Wert von a , damit sich die Grafen der beiden Funktionen in einem Punkt berühren.

3. Der Graf einer linearen Funktion f_1 berührt den Grafen der Funktion $f_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f_2(x) = e^{-x}$ bei $x = a$.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion f_1 .

4. Die Parabel $y = 2x^2$ ist nach unten zu verschieben, bis sie den Kreis um $O(0|0)$ mit Radius 2 in zwei Punkten berührt.

Bestimmen Sie die Koordinaten der Berührungspunkte sowie die Gleichung der verschobenen Parabel.

Relative Extremstellen, Wendepunkte

5. Papula: 396/10, 396/11, 396/13, 396/14, 396/15

Lösungen

1. siehe Papula

2. $a = \frac{5}{2}$

3. $f_1(x) = -e^{-a} x + (1+a) e^{-a}$

4. Berührungspunkte: $P_1 -\frac{\sqrt{15}}{4} \mid -\frac{1}{4}$, $P_2 \frac{\sqrt{15}}{4} \mid -\frac{1}{4}$

Verschobene Parabel: $y = 2x^2 - \frac{17}{18}$

5. siehe Papula