

Übung 16 Ableitung Elementare Ableitungsregeln, Kettenregel, Höhere Ableitungen

Lernziele

- die Faktor-, Summen-, Produkt-, Quotientenregel zur Bestimmung der Ableitung einfacherer Funktionen anwenden können.
- die Kettenregel zur Bestimmung der Ableitung einfacherer zusammengesetzter Funktionen anwenden können.
- höhere Ableitungen einfacherer Funktionen von Hand und mit Hilfe einer Ableitungs-Tabelle bestimmen können.
- einen neue Problemstellung analysieren und bearbeiten können.

Aufgaben

Elementare Ableitungsregeln

1. Papula Seite 391 "Zu Abschnitt 2": 391/1, 391/2, 391/3
2. Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:
 - a) $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f(x) = \frac{\sin(x)}{x \cdot e^x}$
 - b) $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a \quad y = p(a) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$
 - c) $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, b \quad y = q(b) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$
 - d) $r: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, c \quad y = r(c) = 5ab(ac^2 + \sin(b))$

Kettenregel

3. Papula: 392/4, 392/5

Höhere Ableitungen

4. Papula: 393/15, 394/16
5. Eine Polynomfunktion k-ten Grades hat die folgende allgemeine Form:
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots + a_k \cdot x^k$$
 - a) Bestimmen Sie
 - i) die 1. Ableitung f' .
 - ii) die 2. Ableitung f'' .
 - b) Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist:
"Die k-te Ableitung einer Polynomfunktion k-ten Grades ist eine konstante Funktion."

Lösungen

1. siehe Papula

2. a) $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f(x) = \frac{\cos(x) \cdot x - \sin(x)(1+x)}{x^2 e^x}$

b) $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a \quad y = p'(a) = 5b(2ac^2 + \sin(b))$

c) $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, b \quad y = q'(b) = 5a(ac^2 + \sin(b) + b \cdot \cos(b))$

d) $r: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, c \quad y = r'(c) = 10a^2bc$

3. siehe Papula

4. siehe Papula

5. a) i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f(x) = a_1 + 2a_2 \cdot x + 3a_3 \cdot x^2 + 4a_4 \cdot x^3 + \dots + ka_k \cdot x^{k-1}$

ii) $f'': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \quad y = f''(x) = 2a_2 + 6a_3 \cdot x + 12a_4 \cdot x^2 + 20a_5 \cdot x^3 + \dots + k(k-1)a_k \cdot x^{k-2}$

b) f' ist eine Polynomfunktion $(k-1)$ -ten Grades.
 f'' ist eine Polynomfunktion $(k-2)$ -ten Grades.
usw.

Bei jedem Ableiten reduziert sich der Grad der Polynomfunktion um 1.

Nach k -maligem Ableiten bleibt eine Polynomfunktion 0-ten Grades, also eine konstante Funktion.