

Übung 2 Vektoren Skalarprodukt

Lernziele

- das Skalarprodukt zweier Vektoren, die durch ihre Komponenten gegeben sind, bestimmen können.
- die Rechengesetze des Skalarproduktes anwenden können.
- das Skalarprodukt zur Lösung von konkreten Problemstellungen anwenden können.

Aufgaben

1. Papula: 129/10, 129/11, 130/17
2. Zeigen Sie, dass die vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge ein Rechteck bilden:
 $A(7|6|3)$ $B(4|10|1)$ $C(-2|6|2)$ $D(1|2|4)$
3. Bestimmen Sie den Wert von k, damit die Vektoren a und b orthogonal werden, d.h. senkrecht aufeinander stehen:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } \quad a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3k \\ -4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \\ 7 \\ 2k \end{pmatrix} \end{array}$$

4. Gegeben sind die drei Vektoren a, b und c :

$$a = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Wert von k, damit gilt:

$$(a + k \cdot b) \perp c$$

5. Mit $AB_{(CD)}$ sei derjenige Vektor bezeichnet, den man erhält, wenn man den Vektor AB auf die Gerade (CD) projiziert.

Bestimmen Sie den Vektor $AB_{(CD)}$.

$$\text{a) } \quad A(-7|-5), B(0|-4), C(10|1), D(-6|13) \qquad \text{b) } \quad A(1|-2|3), B(5|-8|1), C(2|4|3), D(-1|9|1)$$

6. Bestimmen Sie die Komponenten eines dreidimensionalen Vektors vom Betrag 20, welcher mit der x-Achse und mit der y-Achse je einen Winkel von 60° einschliesst.

7. Der Vektor x soll als Summe zweier Vektoren y und z geschrieben werden. y soll dabei parallel zu a und z senkrecht zu b sein:

$$x = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie y und z .

Lösungen

1. siehe Papula

2. ...

3. $a \cdot b = 0$

a) $k = -2$

b) $k = -1$

4. $k = 1$

5. a) $AB_{(CD)} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

b) $AB_{(CD)} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$

6. $x_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 14 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -14 \end{pmatrix}$

7. $y = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$, $z = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$