

Übung 22 Anwendungen der Differentialrechnung Steigen, Fallen, Krümmung

Lernziele

- den Zusammenhang zwischen der ersten Ableitung einer Funktion und dem Steigen und Fallen des Grafen der Funktion anwenden können.
- den Zusammenhang zwischen der zweiten Ableitung einer Funktion und dem Krümmungsverhalten des Grafen der Funktion anwenden können.

Aufgaben

1. *Papula*: 392/6, 392/7, 393/8, 395/5, 395/6 (Krümmungsradius weglassen), 395/8

2. Gegeben sind die folgenden beiden Funktionen f_1 und f_2 :

$$f_1: x \quad f_1(x) = -(x-1)^2 + a \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$f_2: x \quad f_2(x) = x^2 + 2$$

Bestimmen Sie den Wert von a , damit sich die Grafen der beiden Funktionen berühren.

3. Der Graf einer linearen Funktion f_1 berührt den Grafen der Funktion $f_2: x \quad f_2(x) = e^{-x}$ bei $x = a$.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion f_1 .

b) Bestimmen Sie die Nullstelle(n) der linearen Funktion f_1 .

4. (Übung 16, Aufgabe 6)

Die Parabel $y = \frac{1}{2}x^2$ ist nach unten zu verschieben, bis sie den Kreis um $O(0|0)$ mit Radius 2 im IV. Quadranten berührt.

Bestimmen Sie die Koordinaten der Berührungspunkte sowie die Gleichung der verschobenen Parabel.

Lösungen

1. siehe *Papula*

2. $a = \frac{5}{2}$

3. a) $f_1(x) = -e^{-a} x + (1+a) e^{-a}$
b) 1 Nullstelle bei $x_0 = 1+a$

4. Berührungspunkte: $P_1(\sqrt{3}-1)$, $P_2(-\sqrt{3}-1)$
Verschobene Parabel: $y = \frac{1}{2} x^2 - \frac{5}{2}$