Übung 12 — Ebene
Parameterdarstellung, Koordinatendarstellung

Lernziele

- die Parameterdarstellung und die Koordinatendarstellung einer Ebene und deren Zusammenhang verstehen.
- eine Parameterdarstellung und eine Koordinatendarstellung einer Ebene bestimmen können.
- selbstständig und in Gruppen neue Problemstellungen analysieren und lösen können.

Aufgaben

Parameterdarstellung

1. *Papula*: 134/13, 134/14
   Bem.: Die Parameterdarstellung einer Ebene ist nicht eindeutig.
   Die im Lehrbuch *Papula* in den Lösungen angebebene Parameterdarstellung ist daher nur eine von unendlich vielen möglichen Parameterdarstellungen.

2. Gegeben ist die folgende Ebene E:
   $$E:\quad \vec{r}(P) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
   Beurteilen Sie, ob der Punkt P auf der Ebene liegt oder nicht:
   a) P(-2|0|5)
   b) P(0|0|0)

3. Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der
   a) xy-Ebene
   b) yz-Ebene
   c) xz-Ebene

4. *Papula*: 134/15, 134/16

5. Eine Ebene E kann durch eine Gerade g und einen Punkt P, der nicht auf g liegt, bestimmt werden.
   Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E, in der die Gerade g und der Punkt P liegen:
   $$g:\quad \vec{r}(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad P(2|6|1)$$

Koordinatendarstellung

6. Die Ebene E ist gegeben in der Parameterdarstellung
   $$E:\quad \vec{r}(P) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
   Bestimmen Sie eine Koordinatendarstellung der Ebene E.

7. Die Ebene E ist gegeben in der Koordinatendarstellung
   $E:\quad 2x - 3y + 4z - 12 = 0$
   Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E.

8. *Papula*: 135/17
   a) Aufgabenstellung nach Papula
   b) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E.

Lösungen

1. siehe *Papula*

2. a) P E
   b) P E

3. a) E_{xy}: $\vec{r}(P) = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

   b) E_{yz}: $\vec{r}(P) = \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

   c) E_{xz}: $\vec{r}(P) = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. siehe *Papula*

5. E: $\vec{r}(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

6. E: $2x + 7y - z + 9 = 0$

7. E: $\vec{r}(P) = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. a) siehe *Papula*
   b) z.B. E: $\vec{r}(P) = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

Literatur

Parameterdarstellung

Papula Abschnitt *4.2.1 Punkt-Richtungs-Form einer Ebene* (Seiten 109 bis 111)

Bem.: Wir behandeln im Unterricht nur die "Punkt-Richtungs-Form einer Ebene" und bezeichnen sie als "Parameterdarstellung einer Ebene".
Die "Drei-Punkte-Form einer Ebene" (Lehrbuch *Papula*, Abschnitt 4.2.2, Seiten 112 bis 114) müssen Sie nicht kennen.

Koordinatendarstellung

Papula Abschnitt *4.2.3 Gleichung einer Ebene senkrecht zu einem Vektor* (Seiten 114 und 115)