

Übung 6 Funktionen Potenz- / Wurzel- / Trigonom. / Arkus- / Exponential- / Log.-Funktionen

PUZZLE

Themen

- 1 Potenz- / Wurzelfunktionen
- 2 **Trigonometrische Funktionen / Arkusfunktionen**
- 3 Exponential- / Logarithmusfunktionen

Lernziele

1 **Potenz- / Wurzelfunktionen**

- die Definition einer Potenzfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten beurteilen können (K3).
- die Definition einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- den Definitionsbereich einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- verstehen, dass eine Wurzelfunktion die Umkehrfunktion einer Potenzfunktion ist (K2).
- die Umkehrfunktion einer einfacheren Potenzfunktion bestimmen können (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Wurzelfunktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Wurzelfunktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- eine Potenzfunktion mit rationalem Exponenten als Kombination von Potenz- und Wurzelfunktion verstehen (K2).

2 **Trigonometrische Funktionen / Arkusfunktionen**

- die Definitionen der trigonometrischen Funktionen \sin , \cos , \tan und \cot sowohl am Einheitskreis als auch am rechtwinkligen Dreieck kennen (K1).
- verstehen, dass die trigonometrischen Funktionen periodisch sind (K2).
- die charakteristischen Eigenschaften einer trigonometrischen Funktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer trigonometrischen Funktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer trigonometrischen Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer trigonometrischen Funktion beurteilen können (K3).
- die Definitionen der Arkusfunktionen \arcsin , \arccos , \arctan und arccot kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Arkusfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Arkusfunktion von Hand richtig skizzieren können (K1).

3 **Exponential- / Logarithmusfunktionen**

- die Definition einer Exponentialfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Exponentialfunktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Exponentialfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Exp.-Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer Exponentialfunktion beurteilen können (K3).
- die Definition einer Logarithmusfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Logarithmusfunktion kennen (K1).
- die Umkehrfunktion einer einfacheren Exponentialfunktion bestimmen können (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Log.-Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Rechenregeln für Logarithmen kennen (K1).

- den Zusammenhang zwischen den Potenz- und den Logarithmengesetzen verstehen (K2).
- den Basiswechsel bei Logarithmen verstehen (K2).

Aufgaben

2 Trigonometrische Funktionen / Arkusfunktionen

Einzelstudium

- a) Studieren Sie im Buch *Papula* die Abschnitte 9.1 Definitionen und Grundbegriffe (Seiten 231 bis 236), 9.2 Sinus- und Kosinusfunktion (Seiten 236 bis 237) und 9.3 Tangens- und Kotangensfunktion (Seiten 237 bis 238).
- b) Gegeben ist die folgende allgemeine Sinus-Funktion
 $f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(x) = a \cdot \sin(bx+c)$ ($a>0, b>0, c \in \mathbb{R}$ beliebig)
- Stellen Sie die Funktion f mit dem Computerprogramm MAPLE für verschiedene Werte für a, b und c grafisch dar.
Finden Sie charakteristische Eigenschaften von f , die unabhängig von a, b und c sind.
Finden Sie auch Eigenschaften, die von den Werten für a, b und c abhängen.
- c) Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt 9.5.1.1 Die allgemeine Sinus- und Kosinusfunktion (Seiten 240 bis 244).
- d) *Papula*: 303/6
Hinweis: Erstellen Sie die Skizze von Hand und ohne Hilfsmittel.
- e) Gegeben ist die folgende Sinus-Funktion
 $f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(x) = \sin(x)$
- i) Sowohl der Definitions- als auch der Zielbereich von f bestehe aus der Menge aller reellen Zahlen, d.h. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}$.
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Funktion f bijektiv ist oder nicht.
- ii) Machen Sie - falls Sie unter i) zum Schluss gekommen sind, dass f nicht bijektiv ist - einen Vorschlag für die Mengen A und B , so dass f bijektiv wird.
- f) Gegeben ist die folgende allgemeine Sinus-Funktion
 $f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(x) = a \cdot \sin(bx+c)$ ($a>0, b>0, c \in \mathbb{R}$ beliebig)
- i) Sowohl der Definitions- als auch der Zielbereich von f bestehe aus der Menge aller reellen Zahlen, d.h. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}$.
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Funktion f bijektiv ist oder nicht.
- ii) Machen Sie - falls Sie unter i) zum Schluss gekommen sind, dass f nicht bijektiv ist - einen Vorschlag für die Mengen A und B , so dass f bijektiv wird.
- g) Gegeben ist die folgende Tangens-Funktion
 $f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(x) = \tan(x)$
- i) Sowohl der Definitions- als auch der Zielbereich von f bestehe aus der Menge aller reellen Zahlen, d.h. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}$.
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Funktion f bijektiv ist oder nicht.
- ii) Machen Sie - falls Sie unter i) zum Schluss gekommen sind, dass f nicht bijektiv ist - einen Vorschlag für die Mengen A und B , so dass f bijektiv wird.
- h) Studieren Sie im Buch *Papula* das Kapitel 10 Arkusfunktionen (Seiten 258 bis 264).
- i) Skizzieren Sie von Hand und ohne Hilfsmittel die Grafen der Arkusfunktionen, welche durch die folgenden Funktionsgleichungen bestimmt sind:
- i) $f(x) = \arcsin(x)$
ii) $f(x) = \arccos(x)$
iii) $f(x) = \arctan(x-1)$

Expertenrunde

Diskutieren Sie gemeinsam die Aufgaben, die Sie im Einzelstudium bearbeitet haben, und klären Sie in der Gruppe alle Unklarheiten ab.

Unterrichtsrunde

Unterrichten Sie Ihre Kollegen/-innen über Ihr Thema 2.

Lassen Sie sich von Ihren Kollegen/-innen über die Themen 1 und 3 unterrichten.

Lösungen

2. a) ...
b) ...
c) ...
d) ...
e) i) nicht bijektiv
ii) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}\}$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$
f) i) nicht bijektiv
ii) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2b - c/b} \leq x \leq \sqrt{2b - c/b}\}$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid -a \leq y \leq a\}$
g) i) nicht bijektiv
ii) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}\}$, $B = \mathbb{R}$
h) ...
i) ... (mit MAPLE nachprüfen)