

Übung 6 Funktionen Potenz- / Wurzel- / Trigonom. / Arkus- / Exponential- / Log.-Funktionen

PUZZLE

Themen

- 1 **Potenz- / Wurzelfunktionen**
- 2 Trigonometrische Funktionen / Arkusfunktionen
- 3 Exponential- / Logarithmusfunktionen

Lernziele

1 **Potenz- / Wurzelfunktionen**

- die Definition einer Potenzfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten beurteilen können (K3).
- die Definition einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- den Definitionsbereich einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- verstehen, dass eine Wurzelfunktion die Umkehrfunktion einer Potenzfunktion ist (K2).
- die Umkehrfunktion einer einfacheren Potenzfunktion bestimmen können (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Wurzelfunktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Wurzelfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Wurzelfunktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- eine Potenzfunktion mit rationalem Exponenten als Kombination von Potenz- und Wurzelfunktion verstehen (K2).

2 **Trigonometrische Funktionen / Arkusfunktionen**

- die Definitionen der trigonometrischen Funktionen \sin , \cos , \tan und \cot sowohl am Einheitskreis als auch am rechtwinkligen Dreieck kennen (K1).
- verstehen, dass die trigonometrischen Funktionen periodisch sind (K2).
- die charakteristischen Eigenschaften einer trigonometrischen Funktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer trigonometrischen Funktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer trigonometrischen Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer trigonometrischen Funktion beurteilen können (K3).
- die Definitionen der Arkusfunktionen \arcsin , \arccos , \arctan und arccot kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Arkusfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Arkusfunktion von Hand richtig skizzieren können (K1).

3 **Exponential- / Logarithmusfunktionen**

- die Definition einer Exponentialfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Exponentialfunktion analysieren können (K4).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Exponentialfunktion kennen (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Exp.-Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Umkehrbarkeit einer Exponentialfunktion beurteilen können (K3).
- die Definition einer Logarithmusfunktion kennen (K1).
- die charakteristischen Eigenschaften einer Logarithmusfunktion kennen (K1).
- die Umkehrfunktion einer einfacheren Exponentialfunktion bestimmen können (K1).
- aus der Funktionsgleichung den Grafen einer Log.-Funktion von Hand richtig skizzieren können (K1).
- die Rechenregeln für Logarithmen kennen (K1).

- den Zusammenhang zwischen den Potenz- und den Logarithmengesetzen verstehen (K2).
- den Basiswechsel bei Logarithmen verstehen (K2).

Aufgaben

1 Potenz- / Wurzelfunktionen

Einzelstudium

- a) Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt 7.1 *Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten* (Seiten 209 bis 211).
- b) Stellen Sie mit dem Computerprogramm MAPLE einige Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten grafisch dar.
Finden Sie anhand der Grafen charakteristische Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten heraus.
- c) Skizzieren Sie von Hand und ohne Hilfsmittel die Grafen der Potenzfunktionen, welche durch die folgenden Funktionsgleichungen bestimmt sind:
- i) $f(x) = x^3$
 - ii) $f(x) = x^8$
 - iii) $f(x) = \frac{1}{x}$
 - iv) $f(x) = x^{-4}$
- d) Gegeben ist eine Potenzfunktion mit einem beliebigen ganzzahligen **geraden** Exponenten n :
f: A B, x $y = f(x) = x^n$
- i) Sowohl der Definitions- als auch der Zielbereich von f bestehe aus der Menge aller reellen Zahlen, d.h. $A = \mathbb{R}$, $B = \mathbb{R}$.
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Funktion f bijektiv ist oder nicht.
 - ii) Machen Sie - falls Sie unter i) zum Schluss gekommen sind, dass f nicht bijektiv ist - einen Vorschlag für die Mengen A und B , so dass f bijektiv wird.
- e) Gegeben ist eine Potenzfunktion mit einem beliebigen ganzzahligen **ungeraden** Exponenten n :
f: A B, x $y = f(x) = x^n$
- i) Sowohl der Definitions- als auch der Zielbereich von f bestehe aus der Menge aller reellen Zahlen, d.h. $A = \mathbb{R}$, $B = \mathbb{R}$.
Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Funktion f bijektiv ist oder nicht.
 - ii) Machen Sie - falls Sie unter i) zum Schluss gekommen sind, dass f nicht bijektiv ist - einen Vorschlag für die Mengen A und B , so dass f bijektiv wird.
- f) Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt 7.2 *Wurzelfunktionen* (Seiten 211 bis 213).
- g) Stellen Sie mit dem Computerprogramm MAPLE einige Wurzelfunktionen mit ganzzahligen Exponenten grafisch dar.
Finden Sie anhand der Grafen charakteristische Eigenschaften von Wurzelfunktionen heraus.
- h) Skizzieren Sie von Hand und ohne Hilfsmittel die Grafen der Wurzelfunktionen, welche durch die folgenden Funktionsgleichungen bestimmt sind:
- i) $f(x) = \sqrt{x}$
 - ii) $f(x) = \sqrt[5]{x}$
 - iii) $f(x) = \sqrt[4]{x}$
- i) Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist:
 $\sqrt[3]{-8} = -2$
- j) Gegeben sind die Potenzfunktionen f: A B, x $y = f(x) = \dots$

- i) $f(x) = x^2 - 1$
- ii) $f(x) = x^3 + 2$
- iii) $f(x) = x^{-4} + 3$

Lösen Sie für jede Funktion i) bis iii) die folgenden Aufgaben:

- Skizzieren Sie den Grafen von f .
- Bestimmen Sie die Mengen A und B so, dass die Funktion f bijektiv wird.
- Bestimmen Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}: B \rightarrow A, x \mapsto y = f^{-1}(x)$.
- Skizzieren Sie den Grafen der Umkehrfunktion f^{-1} .

k) Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt 7.3 *Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten* (Seiten 213 bis 215).

l) Schreiben Sie die folgenden Potenzen mit Hilfe des Wurzelzeichens und ganzzahligen Exponenten:

- i) $x^{2/3}$
- ii) $x^{-5/2}$
- iii) $x^{-1/4}$

Expertenrunde

Diskutieren Sie gemeinsam die Aufgaben, die Sie im Einzelstudium bearbeitet haben, und klären Sie in der Gruppe alle Unklarheiten ab.

Unterrichtsrunde

Unterrichten Sie Ihre Kollegen/-innen über Ihr Thema 1.

Lassen Sie sich von Ihren Kollegen/-innen über die Themen 2 und 3 unterrichten.

