

Übung 3 Funktionen Nullstellen, Zusammenhang Funktion-Gleichung

Lernziele

- durch das Studium schriftlicher Unterlagen einen neuen Sachverhalt erarbeiten können.
- verstehen, was eine Nullstelle einer Funktion ist.
- die Nullstellen einer einfacheren Funktion von Hand bestimmen können.
- den Zusammenhang zwischen den Nullstellen einer Funktion und den Lösungen einer Gleichung verstehen.

Aufgaben

1. Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt 2.1 *Nullstellen* (Seiten 141 und 142).
2. *Papula*: 296/2
3. Der Graf einer Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f(x)$ schneide die x -Achse n -mal und berühre sie m -mal. Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, wieviele Lösungen die Gleichung $f(x) = 0$ hat.
4. Gegeben sei die folgende Aufgabenstellung:
"Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Grafen der Funktion $y = f(x) = \frac{3x^8 - 2x^5 + x - 6}{x^6 - 2x^4 + 1}$ mit der Geraden $y = 1$."
Diese Aufgabenstellung kann auf zwei Arten umformuliert werden:
i) "Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion ..."
ii) "Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung ..."
Vervollständigen Sie die beiden Sätze.
5. Bestimmen Sie von Hand die Nullstellen der folgenden Funktionen:
a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f(x) = 5x^2 - x$
b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f(x) = x^2 + x + a$
Bem.: Berücksichtigen Sie dabei alle möglichen reellen Werte für den Parameter a .

Lösungen

1. ...
2. siehe *Papula*
3. $n+m$ Lösungen
4. i) "Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $y = g(x) = \frac{3x^8 - 2x^5 + x - 6}{x^6 - 2x^4 + 1} - 1$."
ii) "Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung $\frac{3x^8 - 2x^5 + x - 6}{x^6 - 2x^4 + 1} - 1 = 0$."
5. a) $x_1 = 0$
 $x_2 = \frac{1}{5}$
b) $a < \frac{1}{4}$ $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4a}}{2}$, $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{1 - 4a}}{2}$
 $a = \frac{1}{4}$ $x = -\frac{1}{2}$
 $a > \frac{1}{4}$ keine Nullstelle