

## Übung 2 Funktionen Funktion als Abbildung

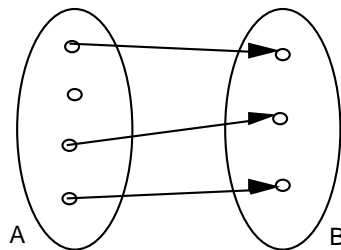
### Lernziele

- verstehen, was eine Funktion ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Zuordnung eine Funktion ist oder nicht.
- den Bildbereich einer gegebenen Funktion bestimmen können.
- Funktionswerte vorgegebener Funktionen bestimmen können.

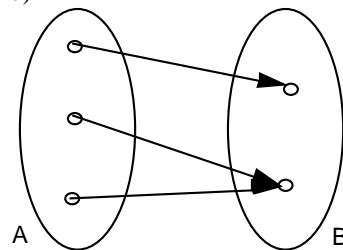
### Aufgaben

1. Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Funktion  $A \rightarrow B$  ist:

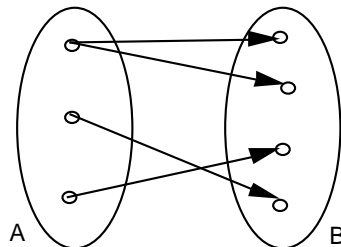
a)



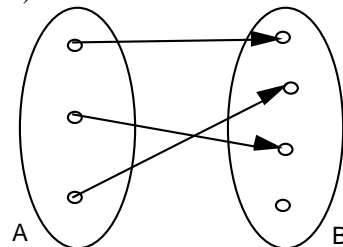
b)



c)



d)



- e)  $A =$  Menge aller Häuser,  $B =$  Menge aller ArchitektInnen  
 $f: A \rightarrow B, h \mapsto a = f(h) =$  ArchitektIn von  $h$
- f)  $A =$  Menge aller Vereine in der Schweiz,  $B =$  Menge aller SchweizerInnen  
 $p: A \rightarrow B, x \mapsto y = p(x) =$  PräsidentIn von  $x$
- g)  $A = \{1974, 1975, \dots, 1983, 1984\}$   
 $B =$  Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen  
 $f: A \rightarrow B, j \mapsto m = f(j) =$  Mensch mit Jahrgang  $j$
- h)  $A =$  Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen  
 $B = \{1974, 1975, \dots, 1983, 1984\}$   
 $j: A \rightarrow B, m \mapsto j = j(m) =$  Jahrgang von Mensch  $m$
- i)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$
- j)  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) =$  Zahl, welche quadriert gleich  $x$  ergibt
- k)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto y = f(x) =$  Teiler von  $x$

2. Gegeben sind die Mengen A und B.  
Machen Sie einen Vorschlag für eine Funktion  $A \rightarrow B$ .

- a)  $A =$  Menge aller Tage des Jahres 2004  
 $B = \mathbb{R}$
- b)  $A =$  Menge aller Schweizer Firmen  
 $B =$  Menge aller Schweizer Kantone
- c)  $A =$  Menge aller Vierecke  
 $B =$  Menge aller Dreiecke
- d)  $A = \{-3, 1, 4, 7, 11, 14\}$   
 $B = \{-6, 2, 8, 14, 22, 28\}$
- e)  $A = \mathbb{R}^-$   
 $B = \mathbb{R}^+$

3. Bestimmen Sie den Bildbereich W der folgenden Funktionen:

- a)  $A = \{\text{Januar, Februar, März, ..., Dezember}\}$   
 $B = \{A, B, C, \dots, Z\}$   
 $f: A \rightarrow B, m \mapsto b = f(m) =$  Anfangsbuchstabe des Monats m
- b)  $A =$  Menge aller Nachbarländer der Schweiz  
 $B =$  Menge aller europäischen Städte  
 $h: A \rightarrow B, n \mapsto s = h(n) =$  Hauptstadt des Nachbarlandes n
- c)  $A = \mathbb{R}$   
 $B = \mathbb{R}_0^+$   
 $b: A \rightarrow B, x \mapsto y = b(x) = |x|$
- d) Funktion f aus Aufgabe 1 i)

4. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$

- a)  $f(x) = x^{3-x}$
- b)  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

Bestimmen Sie jeweils die folgenden Funktionswerte:

- i)  $f(0)$                                       ii)  $f(1)$                                       iii)  $f(-1)$
- iv)  $f(a)$                                       v)  $f(x+a)$                                       vi)  $f(3-f(-3))$

## Lösungen

1. a) keine Funktion (Zuordnung nicht definiert für alle  $a \in A$ )  
b) Funktion  
c) keine Funktion (Zuordnung nicht eindeutig)  
d) Funktion  
e) keine Funktion ( $f$  nicht oder nicht eindeutig definiert für alle  $h \in A$ )  
f) keine Funktion ( $p$  nicht definiert für alle  $x \in A$ )  
g) keine Funktion ( $f$  nicht eindeutig)  
h) Funktion  
i) Funktion  
j) keine Funktion ( $f$  nicht eindeutig)  
k) keine Funktion ( $f$  nicht eindeutig)
2. a)  $m: A \rightarrow B, d \in T = m(d) = \text{Maximaltemperatur in Chur am Tage } d$   
b)  $s: A \rightarrow B, f \in k = s(f) = \text{Kanton, an welchen } f \text{ die meisten Steuern zahlen muss}$   
c)  $f: A \rightarrow B, v \in d = f(v) = \text{gleichseitiges Dreieck mit gleichem Flächeninhalt wie } v$   
d)  $f: A \rightarrow B, x \in y = f(x) = 2x$   
e)  $f: A \rightarrow B, x \in y = f(x) = -x$
3. a)  $W = \{A, D, F, J, M, N, O, S\}$   
b)  $W = \{\text{Berlin, Wien, Vaduz, Rom, Paris}\}$   
c)  $W = B$   
d)  $W = \mathbb{R}_0^+$
4. a) i)  $f(0) = 0^3 - 0 = 0$  ii)  $f(1) = 1^3 - 1 = 0$   
iii)  $f(-1) = (-1)^3 - (-1) = 0$  iv)  $f(a) = a^3 - a$   
v)  $f(x+a) = (x+a)^3 - (x+a)$   
vi) \*  $f(3-f(-3)) = f(3 - ((-3)^3 - (-3))) = f(3 - (-24)) = f(27) = 27^3 - 27 = 19'656$
- b) i)  $f(0) = \frac{0^2}{0+1} = 0$  ii)  $f(1) = \frac{1^2}{1+1} = \frac{1}{2}$   
iii)  $f(-1) = \frac{(-1)^2}{-1+1}$  nicht definiert iv)  $f(a) = \frac{a^2}{a+1}$   
v)  $f(x+a) = \frac{(x+a)^2}{x+a+1}$   
vi)  $f(3-f(-3)) = f\left(3 - \frac{(-3)^2}{-3+1}\right) = f\left(3 - \left(-\frac{9}{2}\right)\right) = f\left(\frac{15}{2}\right) = \frac{\left(\frac{15}{2}\right)^2}{\frac{15}{2} + 1} = \frac{225}{34}$