

Übung 13 Reelle Zahlenfolgen Bildungsgesetz, Grenzwert

Lernziele

- durch das Studium schriftlicher Unterlagen neue Sachverhalte erarbeiten können.
- aus dem Bildungsgesetz einer reellen Zahlenfolge die einzelnen Folgglieder bestimmen können.
- das Bildungsgesetz einfacherer reeller Zahlenfolgen bestimmen können.
- beurteilen können, ob eine einfachere reelle Zahlenfolge konvergent oder divergent ist.
- den Grenzwert einer einfacheren konvergenten Zahlenfolge bestimmen können.

Aufgaben

Bildungsgesetz

1. Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt 4.1.1 *Definition und Darstellung einer reellen Zahlenfolge* (Seiten 163-165).

2. Bestimmen Sie die ersten fünf Glieder der Zahlenfolge $\langle a_n \rangle$:

a) $a_n = \frac{n^n}{n!}$

b) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n!}{n^n}$

3. Suchen Sie das Bildungsgesetz der folgenden Zahlenfolgen:

a) $\langle a_n \rangle = 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5}, \dots$

b) $\langle a_n \rangle = \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{11}, \frac{5}{14}, \frac{6}{17}, \dots$

c) $\langle a_n \rangle = 0, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{15}{8}, \frac{12}{5}, \frac{35}{12}, \frac{24}{7}, \dots$

d) $\langle a_n \rangle = 1, 1, \frac{7}{5}, \frac{15}{7}, \frac{31}{9}, \frac{63}{11}, \frac{127}{13}, \dots$

Grenzwert

4. Studieren Sie im Buch *Papula* den Abschnitt 4.1.2 *Grenzwert einer Folge* (Seiten 165-167).

5. *Papula: 297/3* (zuunterst auf der Seite 297)

6. Beurteilen Sie, ob die folgenden reellen Zahlenfolgen konvergent oder divergent sind. Bestimmen Sie im Falle der Konvegenz den Grenzwert g .

a) $\langle a_n \rangle = \left\langle \frac{(2n-1)^3}{1-n^3} \right\rangle$

b) $\langle a_n \rangle = 1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, 3, \frac{1}{4}, 4, \frac{1}{5}, \dots$

c) $\langle a_n \rangle = \left\langle \frac{3^n}{n^2} \right\rangle$

d) $\langle a_n \rangle = \left\langle \frac{3^{n-3^{n-1}}}{2+3^n} \right\rangle$

e) $\langle a_n \rangle = \left\langle \frac{6n-n^2}{5n-4} \right\rangle$

f) $\langle a_n \rangle = 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{5}, \dots$

Lösungen

1. ...

2. a) $\langle a_n \rangle = 1, 2, \frac{9}{2}, \frac{32}{3}, \frac{625}{24}, \dots$

b) $\langle a_n \rangle = 1, -\frac{1}{2}, \frac{2}{9}, -\frac{3}{32}, \frac{24}{625}, \dots$

3. a) $a_n = \frac{2n-1}{n} = 2 - \frac{1}{n}$

b) $a_n = \frac{n+1}{3n+2}$

c) $a_n = \frac{n^2-1}{2n}$

d) $a_n = \frac{2^n-1}{2n-1}$

4. ...

5. siehe *Papula*

6. a) konvergent $g = -8$

b) divergent

c) divergent

d) konvergent $g = \frac{2}{3}$

e) divergent

f) konvergent $g = 0$