

Übung 1 Vektoren Definition, Grundoperationen

Lernziele

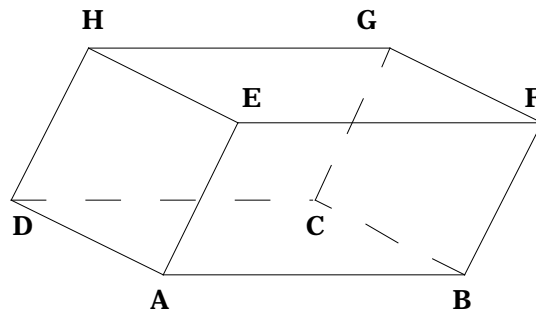
- einen Vektor korrekt kennzeichnen bzw. schreiben können.
- mit der Komponentendarstellung von Vektoren umgehen können.
- Vektoren, die durch ihre Komponenten gegeben sind, addieren, subtrahieren, mit Zahlen multiplizieren und deren Betrag bestimmen können.
- die Grundoperationen der Vektorrechnung zur Lösung von konkreten Problemstellungen anwenden können.

Aufgaben

1. Gegeben ist ein Parallelogramm ABCD mit $AB = a$ und $AD = b$.
Drücken Sie die folgenden Vektoren durch a und b aus:

- a) AC
- b) CB
- c) BD

2. Gegeben ist ein Spat ABCD/EFGH mit $AB = a$, $AD = b$ und $AE = c$.



Drücken Sie die folgenden Vektoren durch a , b und c aus:

- a) HC
- b) GM_{AC}
- c) HM_{BF}

3. Gegeben sind die folgenden Vektoren:

$$a = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Komponenten des Vektors $d = 3a - 2b - c$

4. Gegeben sind die folgenden Vektoren:

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Komponenten des Vektors $d = a + 2b - \frac{1}{2}c$

5. (siehe Seite 2)

5. Finden Sie x , y und z , so dass gilt:

a)
$$\begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ x+y \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{matrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & = x & 1 & + y & -1 & + z & 0 \\ 2 & & 1 & & 0 & & 0 \end{matrix}$$

6. Von einem Parallelogramm sind die Koordinaten von drei aufeinanderfolgenden Eckpunkte A, B, C gegeben.

Bestimmen Sie die Koordinaten des vierten Eckpunktes D.

- a) A(8|-5) B(-1|-4) C(0|4)
 b) A(-1|8|2) B(4|5|-1) C(2|7|1)

7. Bestimmen Sie x so, dass die Punkte A(5|-6), B(-7|-3) und C(x|5) auf einer Geraden liegen.

8. Gegeben sind die folgenden Vektoren:

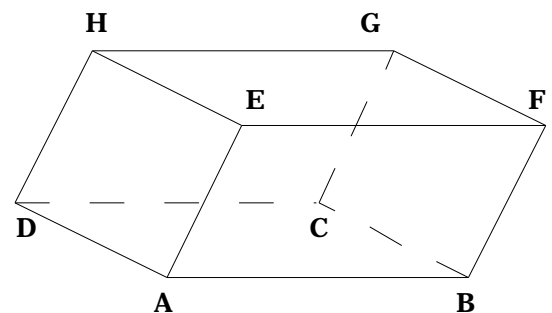
$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Wert der Komponente k , damit die folgenden beiden Vektoren parallel sind:

- a) $2a - \frac{1}{2}b + 3c - 4d$ und $\begin{pmatrix} -4 \\ k \end{pmatrix}$
 b) $3a - \frac{1}{2}b + 2c - 3d$ und $\begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix}$

9. Gegeben ist der Spat ABCD/EFGH durch A(3|-1|2), B(2|1|5), D(-1|2|-4) und E(5|4|0).

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes G.
 b) Bestimmen Sie die Komponenten der folgenden Vektoren:
 i) \vec{HC}
 ii) \vec{GM}_{AC}
 iii) \vec{HM}_{BF}



Lösungen

1.
 - a) $AC = a + b$
 - b) $CB = -b$
 - c) $BD = -a + b$

2.
 - a) $HC = a - c$
 - b) $GM_{AC} = -\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b - c$
 - c) $HM_{BF} = a - b - \frac{1}{2}c$

3. $d = \begin{pmatrix} -13 \\ 9 \end{pmatrix}$

4. $d = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

5.
 - a) $x = 2, y = 1$
 - b) $x = 2, y = 3, z = -2$

6. $OD = OA + BC = OA + (OC - OB)$
 - a) $OD = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ $D(9|3)$
 - b) $OD = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}$ $D(-3|10|4)$

7. Der Vektor AB muss ein Vielfaches des Vektors BC sein.
 $x = -39$

8. Der eine Vektor muss ein Vielfaches des anderen Vektors sein.
 - a) $k = 6$
 - b) $k = 2$

9.
 - a) $OG = OA + AG = OA + AB + BF + FG = OA + AB + AE + AD$
 $= OA + (OB - OA) + (OE - OA) + (OD - OA)$
 $OG = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}$ $G(0|9|-3)$

 - b)
 - i) $HC = AB - AE = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

 - ii) $GM_{AC} = -\frac{1}{2}AB - \frac{1}{2}AD - AE = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -15/2 \\ 7/2 \end{pmatrix}$

 - iii) $HM_{BF} = AB - AD - \frac{1}{2}AE = \begin{pmatrix} 2 \\ -7/2 \\ 10 \end{pmatrix}$