

## Übung 31                      Repetition Analytische Geometrie, Infinitesimalrechnung

### Aufgaben

#### Analytische Geometrie

1. Die folgenden drei Geraden  $g_1$ ,  $g_2$  und  $g_3$  liegen windschief im Raum:

$$g_1: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad g_2: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad g_3: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie eine Gerade  $g$ , welche parallel zu  $g_3$  ist und die beiden Geraden  $g_1$  und  $g_2$  schneidet.

2. Gegeben sind die beiden Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  und der Punkt  $Q$ :

$$E_1: 3x + 2y - z + 4 = 0$$

$$E_2: x + y + z - 3 = 0$$

$$Q(2 \mid -1 \mid 1)$$

Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung derjenigen Ebene auf, die durch den Punkt  $Q$  geht und je senkrecht auf den beiden Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  steht.

3. Die Parameterdarstellung einer Geraden  $g$  und die Koordinatendarstellung einer Ebene  $E$  lauten wie folgt:

$$g: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E: 2x + 3y + 4z - 6 = 0$$

Bestimmen Sie

- den Neigungswinkel der Geraden  $g$  gegenüber der Ebene  $E$ .
- den Durchstosspunkt  $D$  der Geraden  $g$  mit der Ebene  $E$ .

4. Gegeben sind die vier Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$ :

$$A(2 \mid -3 \mid 2)$$

$$B(-1 \mid 3 \mid 6)$$

$$C(5 \mid -5 \mid 0)$$

$$D(6 \mid -7 \mid 15)$$

Bestimmen Sie

- den Abstand des Punktes  $D$  von der durch  $A$ ,  $B$  und  $C$  bestimmten Ebene  $E$ .
- den Fusspunkt  $D'$  des Lotes von  $D$  auf die Ebene  $E$ .
- den Winkel, den die Ebene  $E$  mit der  $x$ - $y$ -Ebene einschliesst.

5. Die Gleichungen der beiden Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  lauten wie folgt:

$$E_1: 4x - 2y - z - 12 = 0$$

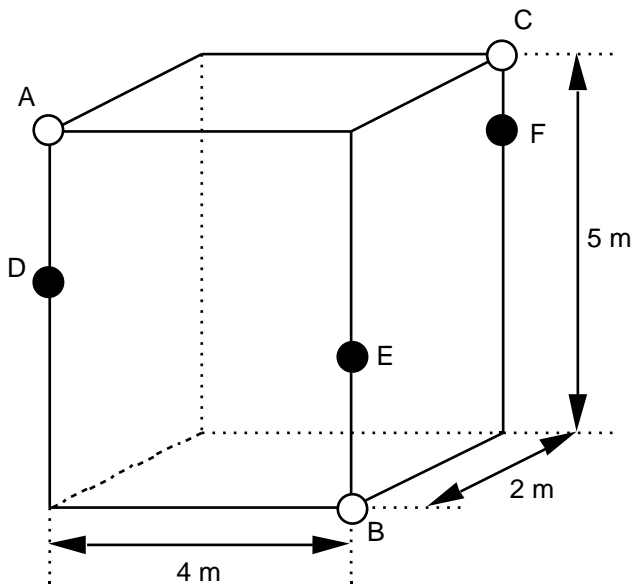
$$E_2: 2x + 2y - 5z + 24 = 0$$

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden.
- Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Ebenen.
- Wie gross ist der Abstand der Schnittgeraden vom Ursprung.
- Welcher Punkt der Schnittgeraden liegt dem Ursprung am nächsten?

6. In einen quaderförmigen Raum werden zwei Glasplatten eingefügt. Die eine Platte soll durch die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  verlaufen, die andere durch die Punkte  $D$ ,  $E$  und  $F$ .  $D$  liegt auf  $3/5$ ,  $E$  auf  $2/5$  und  $F$  auf  $4/5$  der Raumhöhe.

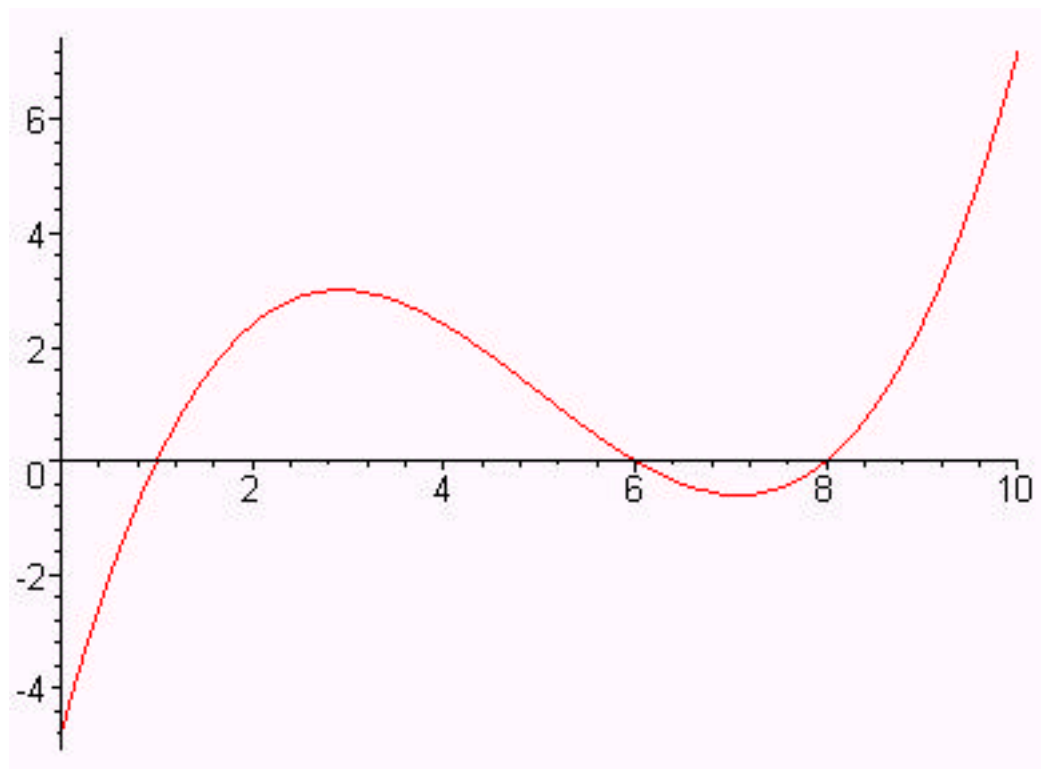
(Fortsetzung Seite 2)

Stellen Sie die Schnittgerade der beiden Glasplatten analytisch dar. Wählen Sie dazu selber ein geeignetes Koordinatensystem.



*Infinitesimalrechnung*

7. Der Graf einer Funktion  $f: x \rightarrow f(x)$  sieht wie folgt aus:



- a) Lesen Sie aus dem Grafen alle Stellen  $x$  heraus, an welchen gilt:  $f'(x) = 0$
- b) Skizzieren Sie den Grafen der Ableitung  $f': x \rightarrow f'(x)$
- c) Schätzen sie den Wert der folgenden bestimmten Integrale ab:
  - i)  $\int_4^6 f(x) dx$
  - ii)  $\int_0^2 f(x) dx$

**Lösungen**

1. g:  $r(P) = \begin{pmatrix} 7/3 & 0 \\ 14/3 & 2 \\ -7/6 & -1 \end{pmatrix}$
2. E:  $3x - 4y + z - 11 = 0$
3. a)  $= 30.57^\circ$   
b)  $D \left( \begin{pmatrix} 2 \\ 15 \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} 14 \\ 3 \end{pmatrix} \mid -\frac{31}{15} \right)$
4. a)  $d = 14$   
b)  $D' ( 2 \mid -1 \mid 3 )$   
c)  $= 31.0^\circ$
5. a) g:  $r(P) = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 10 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$   
b)  $= 70.01^\circ$   
c)  $d = 6$   
d)  $P ( 2 \mid -4 \mid 4 )$
6. ...
7. a)  $x_1 \quad 3$   
 $x_2 \quad 7$   
b) ...  
c) i)  $\int_4^6 f(x) dx \quad 2$   
ii)  $\int_0^2 f(x) dx \quad -1.5$