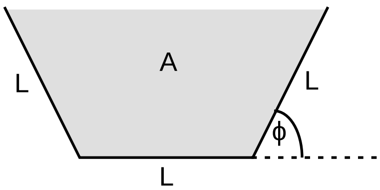
Übung 30 Differentialrechnung Einführung

Lernziele

- das Maximum einer Funktion grafisch bestimmen können.
- die Ableitung einer einfachen Funktion direkt aus der Definition der Ableitung einer Funktion von Hand bestimmen können.
- die Ableitung einer Funktion mit dem Computerprogramm MAPLE bestimmen können.

Aufgaben

1. Betrachten Sie das Beispiel der Wasserrinne aus dem Unterricht:



Der Neigungswinkel ϕ der Seitenwände soll so gewählt werden, dass die Querschnittsfläche A der Rinne maximal wird.

a) Bestimmen Sie die Querschnittsfläche A in Abhängigkeit des Winkels ϕ.

b) Fassen Sie A als Funktion von ϕ auf, d.h. $A = A(\phi)$.
Zeichnen Sie mit Hilfe eines grafikfähigen Taschenrechners oder mit dem Computerprogramm MAPLE den Grafen der Funktion.
Lesen Sie aus dem Grafen das Maximum der Funktion $A(\phi)$ heraus.

2. Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x)$, indem Sie den folgenden Grenzwert von Hand bestimmen:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

a) $f(x) = x^3$

b) $f(x) = mx + q$ (m R,q R)

c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

3. Im Computerprogramm MAPLE gibt es die beiden Befehle *D* und *diff*, mit welchen die Ableitung einer Funktion bestimmt werden kann.

a) Finden Sie in MAPLE unter "Hilfe" heraus, wie man die Befehle *D* und *diff* verwendet.

b) Bestimmen Sie mit MAPLE die Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x)$:

i) $f(x)$ aus der Aufgabe 2

ii) $f(x) = \sin(x)$

iii) $f(x) = \frac{4x^4 - 3x^2}{x^3}$

c) Bestimmen Sie mit MAPLE das Maximum der Funktion $A(\phi)$ aus der Aufgabe 1.

Lösungen

1. a) $A = L^2 \sin(\phi) \left(1 + \cos(\phi)\right)$
   b) Maximum bei $\phi = 60°$

2. a) $f'(x) = 3x^2$
   b) $f'(x) = m$
   c) $f'(x) = -\dfrac{2}{x^3}$

3. a) ...
   b) i) ...
      ii) $f'(x) = \cos(x)$
      iii) $f'(x) = 16x^3 + \dfrac{3}{x^2}$
   c) $A'(\phi) = L^2 \Big(\cos(\phi) \left(1 + \cos(\phi)\right) - \sin^2(\phi)\Big)$
      $A'(\phi) = 0$ für $\phi = 60°$