

Übung 26

Ebene Schnittgerade / Schnittwinkel Ebene-Ebene

Lernziele

- die Schnittgerade und den Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen bestimmen können.
- die gegenseitige Lage zweier Ebenen beurteilen können.
- neue geometrische Problemstellungen mit Hilfe der Parameterdarstellung einer Geraden sowie der Parameter- und Koordinatendarstellung einer Ebene analysieren und lösen können.

Aufgaben

1. *Papula* Aufgabe 136/25
2. Beurteilen Sie, welche gegenseitige Lage die beiden Ebenen E_1 und E_2 einnehmen.
Bestimmen Sie die Schnittgerade, falls sich E_1 und E_2 schneiden:

$$\text{a) } E_1: 3x - 5y + z + 2 = 0 \quad E_2: r(P) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \mu + \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \nu$$

$$\text{b) } E_1: 8x + 5y - 6z - 2 = 0 \quad E_2: r(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mu + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \nu$$

$$\text{c) } E_1: 8x + 5y - 6z + 5 = 0 \quad E_2: r(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mu + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \nu$$

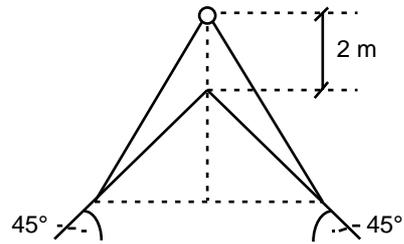
3. Gegeben sind die beiden Ebenen E_1 und E_2 sowie der Punkt Q:

$$E_1: 3x + 2y - z + 4 = 0 \quad E_2: x + y + z - 3 = 0 \quad Q(2|-1|1)$$

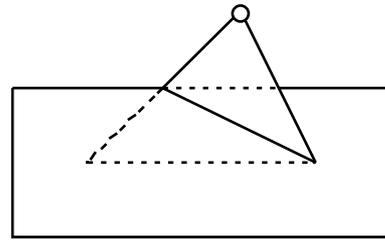
Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung derjenigen Ebene E , die auf den beiden Ebenen E_1 und E_2 senkrecht steht und durch den Punkt Q geht.

4. * Auf ein Satteldach mit 45° Neigung soll ein regelmässiges Tetraeder aufgesetzt werden, so dass die Spitze des Tetraeders den First des Satteldaches um 2 m überragt:

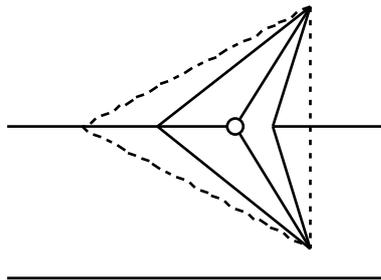
Aufriss:



Seitenriss:



Grundriss:



Finden Sie je eine Parameterdarstellung

- für die beiden Ebenen, in welchen die beiden Seiten des Satteldaches liegen.
- für die vier Ebenen, in welchen die vier Tetraederflächen liegen.
- für die Schnittgeraden, auf welchen die Schnittstrecken zwischen dem Tetraeder und dem Dach liegen.

Treffen Sie dazu eine geeignete Wahl für den Nullpunkt und die Achsenrichtungen eines kartesischen Koordinatensystems.

Lösungen

1. siehe Lehrbuch *Papula*

2. a) $E_1 \cap E_2 = g$ Schnittgerade $g: r(P) = \begin{pmatrix} -23/7 \\ 8/7 \\ 95/7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -41 \\ 3 \\ 138 \end{pmatrix}$

b) $E_1 = E_2$

c) $E_1 \cap E_2 = \{\}$ $(E_1 \parallel E_2) \quad (E_1 \perp E_2)$

3. E: $3x - 4y + z - 11 = 0$

4. * ...