

## Übung 26

## Ebene Schnittgerade / Schnittwinkel Ebene-Ebene

### Lernziele

- die Schnittgerade und den Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen bestimmen können.
- die gegenseitige Lage zweier Ebenen beurteilen können.
- neue geometrische Problemstellungen mit Hilfe der Parameterdarstellung einer Geraden sowie der Parameter- und Koordinatendarstellung einer Ebene analysieren und lösen können.

### Aufgaben

1. *Papula* Aufgabe 136/25
2. Beurteilen Sie, welche gegenseitige Lage die beiden Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  einnehmen.  
Bestimmen Sie die Schnittgerade, falls sich  $E_1$  und  $E_2$  schneiden:

$$\text{a) } E_1: 3x - 5y + z + 2 = 0 \quad E_2: r(P) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \mu + \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \nu$$

$$\text{b) } E_1: 8x + 5y - 6z - 2 = 0 \quad E_2: r(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mu + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \nu$$

$$\text{c) } E_1: 8x + 5y - 6z + 5 = 0 \quad E_2: r(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mu + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \nu$$

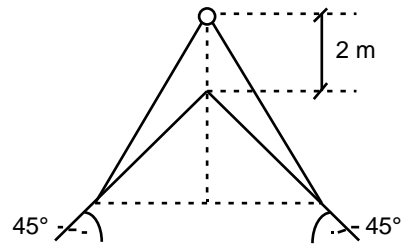
3. Gegeben sind die beiden Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  sowie der Punkt Q:

$$E_1: 3x + 2y - z + 4 = 0 \quad E_2: x + y + z - 3 = 0 \quad Q(2|-1|1)$$

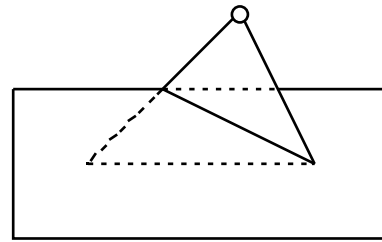
Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung derjenigen Ebene  $E$ , die auf den beiden Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  senkrecht steht und durch den Punkt Q geht.

4. \* Auf ein Satteldach mit  $45^\circ$  Neigung soll ein regelmässiges Tetraeder aufgesetzt werden, so dass die Spitze des Tetraeders den First des Satteldaches um 2 m überragt:

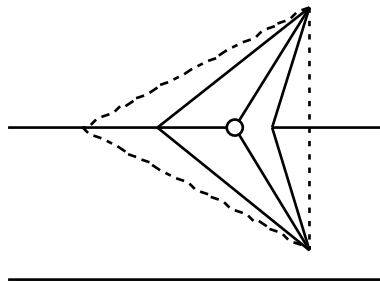
Aufriss:



Seitenriss:



Grundriss:



Finden Sie je eine Parameterdarstellung

- für die beiden Ebenen, in welchen die beiden Seiten des Satteldaches liegen.
- für die vier Ebenen, in welchen die vier Tetraederflächen liegen.
- für die Schnittgeraden, auf welchen die Schnittstrecken zwischen dem Tetraeder und dem Dach liegen.

Treffen Sie dazu eine geeignete Wahl für den Nullpunkt und die Achsenrichtungen eines kartesischen Koordinatensystems.

## Lösungen

1. siehe Lehrbuch *Papula*

2. a)  $E_1 \cap E_2 = g$       Schnittgerade  $g: r(P) = \begin{pmatrix} -23/7 \\ 8/7 \\ 95/7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -41 \\ 3 \\ 138 \end{pmatrix}$

b)  $E_1 = E_2$

c)  $E_1 \cap E_2 = \{\}$        $(E_1 \parallel E_2) \quad (E_1 \perp E_2)$

3. E:  $3x - 4y + z - 11 = 0$

4. \* ...