

Übung 25 Ebene Schnittpunkt / Schnittwinkel Gerade-Ebene

Lernziele

- den Schnittpunkt und den Schnittwinkel zwischen einer Geraden und einer Ebene bestimmen können.
- die gegenseitige Lage einer Geraden und einer Ebene beurteilen können.
- neue geometrische Problemstellungen mit Hilfe der Parameterdarstellung einer Geraden sowie der Parameter- und Koordinatendarstellung einer Ebene analysieren und lösen können.

Aufgaben

1. *Papula* Aufgabe 136/23

Detailliertere Formulierung der Aufgabenstellung:

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der vorgegebenen Ebene E.
- Bestimmen Sie den **Schnittpunkt** zwischen der Geraden g und der Ebene E
 - mit Hilfe der angegebenen **Koordinatendarstellung** der Ebene E.
 - mit Hilfe der in a) bestimmten **Parameterdarstellung** der Ebene E.
- Bestimmen Sie den **Schnittwinkel** zwischen der Geraden g und der Ebene E mit Hilfe der angegebenen **Koordinatendarstellung** der Ebene E.

2. Gegeben ist die Ebene E:

$$E: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Beurteilen Sie, welche gegenseitige Lage die Gerade g und die Ebene E einnehmen, d.h. ob die Gerade g auf E liegt, E schneidet oder parallel zu E verläuft:

- $g: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $g: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 13 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $g: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 13 \end{pmatrix}$

3. Gegeben sind die Gerade g und die Ebene E:

$$g: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad E: \mathbf{r}(P) = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Wenn man die Gerade g auf die Ebene E projiziert, so erhält man die Gerade g', welche auf der Ebene E liegt.

Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung dieser Geraden g'.

4. Die Punkte A(1|1|1), B(2|5|6) und C(6|6|5) bilden die Grundfläche einer Pyramide. Die Spitze D der Pyramide liegt in der xy-Ebene, und der Höhenfusspunkt H der Pyramide fällt mit dem Schwerpunkt S der Grundfläche zusammen.

Bestimmen Sie die Koordinaten der Pyramidenspitze D.

Lösungen

1. a) E: $r(P) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) siehe *Papula*

c) siehe *Papula*

2. a) g schneidet E.

b) g liegt auf E.

c) g verläuft parallel zu E.

3. g: $r(P) = \begin{pmatrix} 3/7 \\ -2/7 \\ 9/7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 24 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$

Bem.: $S\left(\begin{array}{c|c} \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} \\ \hline & \frac{9}{7} \end{array}\right)$ ist der Schnittpunkt der Geraden g mit der Ebene E.

4. $D\left(\begin{array}{c|c|c} \frac{3}{5} & \frac{48}{5} & 0 \end{array}\right)$